7.174

Ex leg. P. Equitis Antonii
Gratiani de Clarmis

JOANNIS POLENI
MISCELLANEA.

JOANNIS POLENI
MISCELLANEA,

HOC EST

I. Dissertatio de Barometris, & Thermometris,
II. Machinæ Aritmeticæ, ejusque usus Descriptio,
III. De Sectionibus Conicis Parallelorum in Horologiis Solaribus Tractatus.



VENETIIS
Apud Aloysium Pavinum An. Dom. 1709.
Superiorum Permissu.

Illustrissimo, & Excellentissimo D.D.

FRANCISCO
LOREDANO

Equiti, & Divi Marci Procuratori, Magni Consilii Sapienti, atque Patavini Lycei Moderatori.

Joannes Poleni S. P. D.

NIsi animum meum excitasset benignitas illa tua singularis, qua dignatus es Machinæ meæ Aritmeticæ operationes inspicere, nisi animum meum confirmasset tum grata memoriæ, cum grati obsequii ratio, mediocritati meæ impar duxissem hasce primitias (intèr quas ejusdem machinæ descriptio est) nominis tui inscriptione cohonestare. At quia

jam

jam sub oculos habeo beneficia summa, quæ in me contulisti, & tuæ naturæ mira ad humanitatem, atque benignitatem propensio, opuscula hæc, qualiacumque sint, tibi in manus offerre nonnihil liberiùs audeo. Ex eo autèm, quòd hæc tibi deberi certò scio, clarum felicitatis fortunæque meæ argumentum cognosco; te enim ea collecta tenere suspicio, quæ etiam divisa suprà raptum laudabilem nominis tui inscriptionem efficerent. Et nobile decus, quod ex claro tuæ gentis sanguine, ex Atavis ob extensum ordinem ob egregia belli, pacisque gesta illustribus accipis, & mentis tuæ felicissimæ facultates, propter quas omni disciplinarum genere polles, & grandes illæ virtutes, queis in rerum maximarum administratione excellis, & munera illa, quibus domi, forisque immortali cum laude functus es, & omnes summi honores, quos tibi eximiis meritis suam dignitatem exornanti Respublica inclyta contulit satis, superque te multis nominibus amplissimum Virum ostentant. Pro tali nobilitatis, virtutum, dignitatum, humanitatisque tuæ amplitudine non levem in spem ingredior fore, ut hæc munuscula serenâ fronte, meque in sublimem tuam clientelam recipias. Interìm Deum O. M. enixè precabor, ut tanto Viro optata

om-

omnia cumulatissimâ felicitate contingere sinat, atque firmissimam valetudinem impertiatur. a. d. x. Calendas Novembris MDCCIX.

NOI

NOI REFORMATORI
Dello Studio di Padoa.

HAvendo veduto per la Fede di Revisione, & Approbatione del P. F. Vicenzo Maria Mazzoleni Inquisitore nel Libro intitolato *Joannis Poleni Miscellanea hoc est Dissertatio de Barometris, & Thermometris &c.* non v'esser cos'alcuna contro la Santa Fede Cattolica, & parimente per Attestato del Segretario Nostro, niente contro Prencipi, & buoni costumi, concedemo Licenza ad Alvise Pavino Stampatore che possi esser stampato, osservando gl'ordini in materia di Stampe, & presentando le solite copie alle Publiche Librarie di Venetia, & di Padoa.

Dat. 10. Ottobre 1709.

(Carlo Ruzini K. Proc. Ref.
(Francesco Loredan K. Proc. Ref.
(Alvise Pisani K. Ref.

Agostino Gadaldini Secretario.

Monitum Lectori Benevolo.

ADvertere oportet Figurarum 19. 24. partem dexteram pro sinistra accipiendam esse, & vicissim partem sinistram pro dextera.

DE

DE BAROMETRIS, ET THERMOMETRIS *DISSERTATIO*.

BArometrorum, & Thermometrorum constructio proximè elapſo ſæculo inventa fuit, magnâ quidem rerum phyſicarum utilitate, queis, ipſorum ope, plura tùm ſplendoris, tùm veritatis ornamenta recentiorés Philoſophi compararunt. Clariſſimus Torricellius Barometrorum uſu poſteritatem donavit, qui primus depræhendit argenti vivi ſuſpenſionem in tubis, quorum una extremitas hermeticè clauſa, altera in ſtagnans vivum argentum immerſa ſit, atque mirâ ingenii ſagacitate aeris gravitatem demonſtravit. Barometra porrò inſigne decus acceperunt à lumine, quod præſtiterunt quædam primò agitatione fortuitâ: poſteà verò idem præbuerunt alia hunc in finem parata ſtudio, & arte numquam ſatis commendati Joannis Bernoulli Profeſſoris tùnc temporis Groeningenſis.

Thermometrorum uſum celeberrimus Medicus Sanctorius poſteris indigitavit, à quo machinula excogitata fuit calorem febricitantium indicans, quæ à Florentinâ indè Accademiâ in meliorem formam redacta, & contrà aeris gravitatem communita ad propoſitum munus accomodatior evaſit. Quantum verò

decoris ex lumine Barometra, tantum perfectionis Thermometra ex immersione in ebullientem aquam sortita sunt. D. Amontons Regius Accademicus ad certum illum caloris gradum, ut intèr se possent comparari, Thermometra omnia affixit.

Mirum porrò est, in Barometrorum, & Thermometrorum speciebus multiplicandis quàm luserint Mathematicorum ingenia. In præsentia tamèn differam de Barometris simplicibus, & luminosis, de Thermometris Mercurio oneratis, atque intrà hos fines versabor.

Non quievit autèm Barometris, & Thermometris inventis sæculum ferax inventorum, quibus rerum naturalium scientiæ adjuvarentur. Circà eadem tempora nobilissimi viri Otho Genrik, & Robertus Boyle summo studio, diligenti curâ, & magnis impensis Antliam pneumaticam moliti sunt, qua ex vitreo recipienti aerem exugi curantes, in residuo illo tenuissimo aere (æthere si mavis) theatrum ad curiosissima Naturæ phænomena spectanda, & propiùs dignoscenda referarunt. Quia verò penitiora aeris phænomena prosequi, tum ad Barometra, & Thermometra, tùm ad Antliam pneumaticam attinet; ideò Barometra, Thermometra, atque Antlia sibi invicem reciproca adjumenta contulerunt. Plura experimenta sunt intrà vacuum suscepta, quæ necessariæ perfectioni nequaquam accederent, ignorato caloris aeris explosi, vel remanentis gradu, quo, Thermometri ope, cognito, ad fælicem terminum perducuntur. Majus adhuc commodum Antliæ præstant Barometra, utpotè quæ non modò certis casibus Antliæ aptantur, sed jugitèr aeris recipiente clausi quantitatem indicantes, experimentis singulis ancillantur.

Accepta porrò beneficia Barometris, & Thermometris Antlia rependit, quæ ipsorum constructionem mirum in modum, & adjuvat, & perficit, ut reliqua sileam beneficia, quæ ipsis elargitur. Experientiâ comperi, machinam pneumaticam (quam usui meo concesserat Illustrissimus, Excellentissimusque Christinus Martinelli vir Patritius, omni virtutum genere cumulatissimus, atque *Musarum Ocellus*) conatibus meis plurimum contulisse. Cum autèm particularis ea methodus sit, qua usus fui in Barometris, & Thermometris conficiendis, non inutile ideò duxi in primis constructionem ipsorum juxtà eandem methodum exponere.

Nullo adhibito recipienti operationem institui: ratus Syphoni Antliæ pneumaticæ eâ arte suspensæ, ut quæ pars solet lacunaria respicere, respiceret pavimentum, tubulos exiguo labore posse adaptari, & ab eis quantumvis aeris extrahi, & in eos quantumvis aeris intrudi. Talis generis usus affinis est usui recurvi Syphonis Boyliani: talis tamèn aptior est ad hæc, præcipuè dum agitur de aere violentèr condensando.

Machinam itaque trabibus lacunaris firmitèr affigi curavi: Syphonis A B C D, qua patet, extremitate *a b* ad pavimentum directâ. Orificio *a b* Syphonis orificium *c d* tubuli I G adaptavi cavitate reliquâ *c d* C D indè valido cæmento, ne aditus externo aeri pateret, repletâ. His ità paratis, summâ facilitate condensandi, vel rarefaciendi aeris tubulo I G clausi fruebar, embolum L, vel impellendo, vel retrahendo, prout indigentia postulabat. (Fig. 1.)

Conceptis igitur rebus manum admoturus, sumpsi tubulum vitreum, cujus aperturæ diameter A B li- (Fig 2)

neam unam cum dimidiâ , longitudo QG pedes quatuor adæquabat . Utraque extremitas in Q, & D erat ad angulos rectos inflexos , atque ad plagas omninò contrarias directa . Extremitatem E F immersi intrà vivum argentum stagnans in vasculo H L , cujus pars KN molli cera replebatur . Alteram extremitatem A B Syphoni Antliæ applicui , & rimas undique obturavi , ne posset externus aer cum interno communicare . Embolo indè retracto ; Mercurius portione ON vasis contentus ascendit usque ad AB , & , ne regressui aditus pateret , tubulum digito super G impositoità compressi , ut extremitas EF molli cerâ KN tota occluderetur . Porrò repleti tubuli orificium AB arctè obstruxi cylindrulo ligneo S in partem RC leniter intruso , & residuum ejusdem RB semèl cæmento implevi , semèl juxtà positâ face liquatum hermeticè sigillavi . Tubulum denique in GD dissectum , atque aperturâ GD digito probè clausâ , perpendiculariter erectum in Mercurium demersi , proùt apparet in adjecto schemate . Remoto digito descendit Mercurius ad KL, ut sisteret se in æquilibrio cum aere suprà superficiem HI gravitante. Ultimò lineam SN parallellam tubulo GC initium ducentem ab superficie Mercurii in pollices duo de triginta divisi , pollice singulo in duodecim lineas subdiviso . (Fig. 3)

Rem quoties perfeci , toties Barometrum habui , utilitati , & jucunditati deserviens . Utilitati ; ex variâ enim altitudine Mercurii in tubulo varia pondera atmosphæræ arguere poteram , & comparatione cum divisionibus lineæ SN determinare . Jucunditati ; nam ipsius agitatione intrà obscurissimum conclave lumen produxi , quod inter nobiliora naturæ phænomena jure meritò reponi debet . Porrò teneor ea , quæ in

in perquisitione hujus phænomeni mihi contigerunt, exactè aperire, & recensere.

Postquàm primum Barometrum Mercurio abluto, & defæcato construxi, illud interdiù transtuli in tenebricosum cubiculum, in quo luminis Solaris experimenta olim habere solebam. Barometrum ibi repetitis agitationibus extuli, & depressi, ut ex superficie Mercurii lumen emanaret: sed frustrà. Quia tamèn aliquid exiguæ lucis, nescio quà, in cubiculum irrepserat, ut liceret inter densiores tenebras conversari, noctem expectare utilius futurum censui. Quæ cum advenit, intrà manus Barometro assumpto in obscurissimum conclave me reduxi, & de more agitationem Barometri reiteravi, sed adhuc frustrà. Fælicis itaque eventus spe fraudatâ, & rei amore defervescente, Barometrum immodicâ violentiâ cœpi exagitare, ex qua violentâ agitatione, cum Mercurius in tubulo contentus ad fundum usque vasculi deprimeretur, bullula aeris extremitatem GD tubuli ingressa ad superiorem partem CB properavit. Dum autem aer ille violento nisu sursùm tetendit, coruscatio quædam inordinata, sed satis lucida, adstantiumque oculis perspicua, ipsum fuit comitata: quæ aeris bullula statim ac superiorem Barometri partem vacuam adepta est, apparuit lumen in superficie Mercurii toties, quoties descendere agitationibus coactus fuit, iisdem penitùs circumstantiis, quæ in Groeningensibus experimentis notatæ fuerunt.

Ex his jam in animum induxeram, me Barometrum luminosum elaborasse concussionibus singulis expectationi responsurum; At eventus contrarium admonuit: cum enim subsequenti nocte tentamina reiterassem, nihil quidem luminis prodiit unquam.

Ob

Ob inopinatam hanc contumaciam suspicari cœpi, intrusum aerem lucem illam antecedenti nocte visam coadjuvasse: ideòque fortuitum casum prosequens arte, bullulam aeris in tubulum introduxi, quæ illicò lumen, quamvis debilius, priori tamen simile, excitavit. Neque differenti modo ab antecedenti, postquàm bullula ad superiorem partem pervenit, descendens Mercurius effulsit.. Tertiâ nocte tertiam bullulam introduxi, sed nullam lucem potui conspicere. Plura exindè Barometra construxi, quæ singula eosdem edebant effectus, atque solummodò introducto aere illustrabantur.

At fideliora desiderabam, quæ splendescerent spontè, non vi, qualia sunt à celeberrimo Bernoulli relata; majori ergo curâ, ac diuturniori diligentiâ Mercurium ablui, atque tersi: interiores parietes tubuli verri, antequàm inflecterentur, lino circà ferreum filum circumvoluto: claudendam extremitatem arctiùs obturavi. Nec cecidit in cassum labor. Barometrum vix tactum in obscuro conclavi emicuit, ac per integrum mensem eodem vigore perseveravit. Decursu tamèn temporis lumen languidius factum est, quod crederem quibuscumque luminosis Barometris tate contingere.

(Fig 4.) Posthæc ad Thermometra me converti. Vitreum tubulum sumpsi in D, in E ad angulos rectos inflexum, & cujus ultimæ partis M cylindrica phyala H R terminus erat; unico verbo talem, qualem adhibet D. Amontons in Thermometris conficiendis, exceptâ phyalæ figurâ, quæ illi sphærica, mihi cylindrica est. Eum implevi Mercurio ad libellam usque N S, & indè extremitatem B Syphoni Antliæ apposui, iisdem observatis, quæ superiùs dicta sunt. Embolum,

bolum, qui priùs ad apertam Antliæ partem redactus fuerat, impuli; quapropter aer in tubulo BN ità cœpit condensari, ut majus spatium necessariò quærens, Mercurium portione tubuli NDEM contentum usque ad M impelleret, & Mercurius, qui spatium NDEM implebat, in latiorem tubulum delatus Mercurii superficiem ex horizontali NS ad horizontalem GH evexit. Vi adhuc tamen condensationis crescente, facile fuit aeri per Mercurium RH viam sibi aperire, & per illam ad spatium GX ascendere. Postquàm verò integrum curriculum perfecit embolus & epistomium fuit circumvolutum cessante condensatione aeris in tubulo BD, aer spatio GX clausus ad majus spatium OX se expandit, atque Mercurius spatio OH contentus in tubulum MEDB remeans altitudinem DP nactus est.

Aer itaque spatio GX contentus eousque se expandit, donèc pressio aeris GX in basim OQ æqualis facta fuit ponderibus totius atmosphæræ & cylindri Mercurialis PY.

Mercurio in altum elato, tubulum ab Antlia remotum in aquam igni suprapositam demisi. Quia verò tubulus DB altitudinem pollicum quadraginta octo tantùm habebat, & Mercurius altiùs tollebatur, eam quantitatem Mercurii effluere per orificium B permisi, qua effluxâ aeris elaterium calore ebullientis aquæ roboratum pollices Mercurii quinque supra quadraginta sustineret. Ductâ inde à superficie OQ Mercurii lineâ TZ tubulo parallelâ, & in pollices quadraginta quinque divisâ Thermometrum perfeci, ex quo indicia habere poteram de quantitate caloris aeris, intrà quem versamur: prout enim aer phyalam ambiens magis, minusve fervescit, aer spatio OX terminatum ad

majus,

majus, aut minus spatium se extendit, aut retrahitur, atque Mercurium in brachio BD ad majorem, vel minorem redigit altitudinem: altitudo verò hæc mutata mutatos caloris gradus indigitat.

Per condensationem aeris in spatio OX thermometro perfecto, ad aliud per rarefactionem conficiendum, animum applicui. Assumpsi itaque tubulum B D E X priori similem omninò, & æqualem, æqualiterque Mercurio repletum ad libellam usque NS. Extremitatem ejusdem B Antliæ de more conjunxi, atque retracto embolo quàm exactiùs fieri potuit in tubulum B D vacuum induxi. Quoniam autem aer portione ZX inclusus elaterio suo æquilibrium habebat cum gravitate atmosphæræ in *a* prementе Mercurium tubuli BD, gravitate atmosphæræ sublatâ per aeris exantlationem æquilibrium periit, aer, & qui spatium ZX priùs implebat, ad spatium O X se extendit, ascendente interim Mercurio in brachio BD ad altitudinem P Y pollicum viginti septem supra libellam Y Q, eâ naturæ lege, ut inter pondus Y P, & elaterium aeris O X æquilibrium denuò in integrum restitueretur. Clauso posthæc celeriter, atque probè epistomio, in eadem Mercurius stetit altitudine, usquedum situi R admotâ face vitrum liquavi, & sigillavi hermeticè tubulum, quapropter externo aere securè prohibito, quævis descensûs Mercurii suspicio sublata est. Postremò altitudinem per calorem aquæ ebullientis exploravi, & in pollices, ac lineas divisi. Sic novum Thermometrum habui, interque primum, & secundum hæc fuit differentia, quòd in primo aer spatio OX contentus densior fuit aere libero, in secundo rarior.

(Fig. 5.)

His positis Boylianam machinam reddidi. Sed statim

tim poſtquàm illam reddideram, amicus meus, cui deſervire gratiſſimum quidem eſt, me juſſit, pro meâ erga illum benevolentiâ, ipſi quoque Thermometrum, & Barometrum luminoſum comparare; Ut ergo eiuſdem genio indulgerem, & obtemperarem, aliâ methodo rem perfeci, quam etiam hujus loci eſt breviter indigitare.

Fieri curavi tubulum, cujus cavitas perfectè cylindrica eſſet ſecundum totam longitudinem E F, ſed in E fruſto conico A B C D E terminaretur. (Fig.6. & 7.)

Embolum inde paravi filo ferreo A B, circa cujus extremitatem *a* tantum lini circumvolveram, ut difficilitèr retrahi poſſet, & deſcenſum Mercurii fruſto H K D E infuſi impediret. Embolo indè ad extremitatem F G cautè retracto, Mercurius cum lenitèr proſequutus totum tubulum E G ita replevit, ut nullum fuerit periculum caſus, quo ſeù ipſius, ſeù aeris agitatione (quæ nulla fuit) inquinaretur. Tubulum in E D reſectum ſigillavi, & Barometrum ſuperioris adinſtàr perfeci. (Fig 6.) (Fig.7.)

Pro Thermometro, omnibus, ut ſuperiùs, paratis, extremitatem tubuli B, quæ Antliæ apponi conſueverat, per ſuinæ veſicæ inflatæ meatum introduxi, & veſicæ collum circa tubulum alligavi (cujuſmodi veſicâ uſum eſſe celeberrimum Stancarium ſuaviſſimæ recordationis virum audiveram). Facilitatis verò gratiâ, cum eſſem tantæ preſſioni impar, duas tabellas paravi ejus figuræ A E B C D O quam ſchema exhibet, pedes quatuor longas, dimidium latas, quas in E plicatili nodo conjunxi: inter has ita conjunctas veſicam aere tumidam collocavi in F, quam manibus in O O applicatis tanquàm duobus vectibus ità preſſi, ut aer ea contentus tubulum F M ingreſſus ſpatium Z X (Fig.8.) (Fig.9.)

penetraret. Condensato, aere facile opus extitit methodo suprà enarratâ rem integram absolvere.

Hoc pacto variam Barometrorum, & Thermometrorum supellectilem paravi, quæ si perfectam caloris, & ponderis aeris mensuram ostenderent, multò adhuc plura utique naturæ phænomena, quæ latent, propiùs possent dignosci, atque scrutari. Sed utrumque instrumentum suis laborat vitiis. neque mutationes in Barometris, & Thermometris satis accuratè indicant rationem mutationum in aeris mutationibus. Hæ autem anomaliæ à diversis causis pendent, quarum præcipuas recensebo, & meliores cautiones, queis alterationum veritas erui possit, subjungam.

Vitrum, & Mercurius duæ præcipuæ partes sunt, quibus constant Barometra: utræque, nisi providâ sagacitate adhibeantur, munus suum non adimplent. Extra omnem enim dubitationis aleam positum est, vitrum pluribus meatibus esse terebratum, qui exilioribus aeris moleculis aditum concedunt. Exactè ideò vacua non est pars superior Barometri, quæ, lato sensu, vacua solet nuncupari, neque Mercurius tubulo contentus omnis cujuscumque pressionis expers est. Prout verò pororum major, vel minor in vitro copia existit, magis etiam, vel minùs facilis via exilioribus aeris moleculis patet, & magis vel minùs premitur Mercurius, qui vitro clauditur. Hinc observatum fuit ab Amontons tubulos elaboratos vitro, ex diversis officinis desumpto dispari altitudine Mercurium sustinere. Cujus rei, ut certior fierem, ex unius ejusdem fornacis vitro duos tubulos fieri curavi, quorum alter parietes exiles admodum haberet, alter verò crassos. Utrumque eodem Mercurio replevi, & Barometro-

rum

rum more, in alium Mercurium demersi; observavique in exilium parietum tubulo Mercurium minùs attolli, quàm in crasso. Crasso indè crassiorem adhuc selegi, & collata altitudine Mercurii in crasso tubulo contenti cum altitudine Mercurii in crassiore tubulo, nullam penitùs differentiam cognovi. Duos posthæc alios tubulos diversis in officinis elaboratos, vitreum alterum, alterum cristallinum assumpsi, sed satis crassum utrumque, & comperi pari in utroque altitudine Mercurium attolli. Undè præcedentis defectus correctionem habebimus, tubulos adhibendo, quorum parietes sufficientis sint crassitiei.

Non ità liquidò mihi constitit, Mercurium æstivo tempore majus tantisper spatium occupare, quàm hyberno, immò experimento sæpiùs tentato, grandioribus etiam ad exquisitiorem præcisionem instrumentis adhibitis, neque inconstantiam, neque alterationem ullam notare potui. An igitur incrementum (quod fieri scio) sensibile sit, an non, asserere nequaquam audeo. Si sensibile sit, ex eo quoque novum Barometrorum vitium proveniet: aer enim, quoniam premens Mercurium rariorem factum illum altiùs sustinet, ponderosior videbitur, quàm par sit. Incommodo tali remedium afferri poterit inspectione tubuli utrinque hermeticè clausi, & pollices duo de triginta Mercurii continentis. Namque si calore, vel frigore Mercurius ad majus, vel minus spatium se extendat, vel contrahat, hæc differentia addita, vel dempta Barometri observationem corrigere valebit.

Quæ circa porositatem vitrorum dicta sunt de Barometrorum tubulis, ea advertere valdè interest in phyalis etiam Thermometrorum, ad quorum vitia recensenda transeamus, quæ majoris equidem momenti

sunt. Multùm nocet aeris pressio, si contingat aliquâ ex parte vel liberè, vel furtim externo aeri aditum patere. In primâ origine hanc nacta sunt labem Thermometra, neque ab eâ satis adhuc purgata sunt, cum aer ad corpora premenda ità faciliter se intrudat, ut hominum conatus ad eum arcendum verè eludat.

Nihilominus error insigniter minuitur; primò aeris pressionem quàm diligentiùs potest declinando, & aditum quemcumque prohibendo. Secundò, si etiam pressio evitari non possit, attamen correctione adhibitâ, error evanescet. Suppono nempe cognitam phyalæ capacitatem, & spatium ejus, quod teneret aer nullo pondere præter pondus atmosphæræ gravatus: suppono cognitum spatium, ad quod restringitur aer pondere superimpositi Mercurii: suppono cognitam altitudinem prementis Mercurii; quibus positis, & Barometro aeris gravitate, quæ supervenit, vel decedit exploratâ per regulam Domini Mariotte, altitudo Mercurii ab aere premente orta ab altitudine, quæ à calore emanat, separabitur.

Vitium tamen hoc (si aliquod remanet) desiderio potiùs integerrimæ perfectionis, quàm usui officit: quòd si cogniti, & inter se comparabiles forent caloris gradus, Thermometra jam numeris omnibus absoluta credi possent. Clarissimus Amontons, ut in cæteris, in hisce quoque rebus sagacissimus methodum comparandi omnes caloris gradus invenit, & promovit; nescio tamen an perfecerit. Jubet ille, Thermometra ità construi, ut aer phyala detentus compressionis propriæ vi, & elaterii aqua ebulliente adepti pollices Mercurii quadraginta quinque præter pondus atmosphæræ sustineat. Ad certam enim regulam accedent hoc pacto Thermometra, & iidem caloris

loris gradus Mercurium in eadem altitudine ſuſtinebunt.

De aquæ ebullientis effectu profectò inter omnes conſtat, quòd elaterium aeris in phyalâ Thermometri poſtquam ad certum terminum vi aquæ ebullientis pervenit, non amplius excreſcit, quamvis aquæ major, & major ignis quantitas admoveatur: quamvis phyala permittatur diutiùs, & diutiùs aquæ ebullienti. Hinc colligere licet, aquam præter adeptum hunc caloris gradum majorem adipiſci non poſſe; ſed illum ſervare integrum, propter quem aeris elaterium retinet in ſuo ſtatu. Cum ergo idem caloris gradus immutabilis ſit, conſonis naturæ inhærendo principiis, ſupponi poteſt, aquam omnem ebullientem eumdem præterpropter caloris gradum obtinere.

Contrà tamen hanc hypotheſim Clariſſimus Bernardus vir de Republica litteraria optimè meritus animadvertit, aquæ ebullitionem à preſſione aeris dependere ità, ut aqua exili caloris gradu imbuta intrà recipiens evacuatum aeris pondere liberata ſtatim ebulliat, ſeù ſpumam quamdam, & bullas prodat, quæ vulgò ebullitio ſolet nuncupari. Indè arguit aquæ ebullitionem pro vario aeris pondere ex vario caloris gradu enaſci. Quam circà aquæ ebullitionem quamvis ſagacem fatear obſervationem, nihilominus ſupradictam hypotheſim nequaquam infirmat. Dum enim in aqua ebullienti fixum quærimus caloris gradum ad bullas, & ſpumas ebullitionis comites non attendimus, ſed ad elaterium, quod aeri communicat effervens aqua. Cum enim tantum, quantum potuit elaterium aeri communicavit, neque valet ſuperaddito igne, aut tempore prolato adhuc aliud communicare: tunc ſenſu noſtro ebullit, ſeù maximè fervet. Quod in caſu

reci-

recipientis evacuati locum non obtinet ; namque licèt aqua tunc ebullire videatur , si tamen novus adderetur ignis , cresceret aeris elaterium , & per consequens pateret , aquam in eo tunc statu non fuisse , de quo intelligimus .

Cum insigni viro attamen credam, pondus aeris valdè diversum posse efficere , ut aqua aliquantisper differentem caloris gradum concipiat, etiam in nostro sensu , sed credam etiam variationem hanc suprà captum exiguam, ac talem, quæ fixo caloris gradui nihil officiat.

Non solùm autem aquæ effervescentis vires , quarum ope aeris elaterium augetur , certis terminis definiuntur ; verùm etiam cæterorum quorumcumque liquorum ; ita ut aer phyalâ contentus , postquàm ad certum spatium vi caloris à quocumque liquore ebulliente introducti se expandit , spatium illud per diuturniorem ebullitionem non deserat . Oleum fervens (exempli gratiâ) si adhibeatur ad aquæ munus supplendum, elaterium aeris aliquantulum magis augebit, quàm fervens aqua , atque majorem copiam Mercurii sustinebit : hac tamen lege servatâ , ut , ubi ad certum suum gradum pervenerit elaterium , hærebit Mercurius , neque metam excedet . Profectò hæ virium liquorum differentiæ variis indigitandis caloris gradibus appositè deservirent : at hæc prosequi in præsentia non vacat : sufficit ostendisse, varios caloris gradus posse inter se conferri per relationem ad gradum caloris aquæ ebullientis , & indicasse idem (meliùs forsan) eventurum per relationem ad diversos caloris gradus differentium liquorum : quæ collationes vel in eodem Thermometro institui possunt , vel in diversis , æqualibus tamen , & similibus ; atque aeris densitatis homogeneæ repletis .

Cogni-

Cognitioni differentiæ horum graduum divisio Thermometrorum ancillatur, ad cujus tractationem pergendum est, postquàm dixero de Barometrorum divisione, ut rectus ordo postulare videtur.

Quod opus facilis exitus futurum est, cum agatur de re oculis immediatè subjecta fidelibus. Ad Barometra enim pertinet atmosphæræ gravitatem ostendere, quod munus immediatè adimplent. Barometra speciem quamdam Syphonis recurvi communicantis inæqualium brachiorum, puta ABCD, præferunt: in quo ob mecanicæ leges una fluidi libra in graciliori brachio AB æquilibrium tenere valet cum mille libris in brachio majori DC contentis, si fluida eiusdem gravitatis sint, & sub eadem horizontali conquiescant. Quòd si fluida sint diversæ gravitatis in specie, æquilibrium tum servabunt, cum fluidorum altitudines GB, HC in reciprocâ erunt ratione specificarum gravitatum. (Fig. 10.)

Intelligatur modò pro fluido GB in graciliori brachio AB contento Mercurius, qui suspenditur in Barometri tubulo; & pro fluido HC in majori brachio DC cylindrus atmosphæricus, qui Mercurium in vasculo Barometri stagnantem premit. Erit itaque ut gravitas Mercurii specifica ad gravitatem specificam aeris, ità altitudo cylindri aerei ad altitudinem Mercurii. Exprimatur facilitatis gratiâ gravitas specifica Mercurii per lineam $= a$: maxima gravitas specifica aeris (semel cognita per æquilibrium cum Mercurio) per lineam $= b$: altitudo integra Mercurii in æquilibrio cum aere per lineam $=$ GB $= c$: altitudo aeris in æquilibrio cum Mercurio per lineam $=$ HC $= d$: atque erit $a . b :: d . c$. Si verò contingat Mercurii altitudinem minorem fieri, & remanere (exempli gratiâ) æqualem

lem lineæ KB $= c - n$: ut servetur æquilibrium erit $d . c - n :: a . b - x$; atque x exprimet quantum specificæ gravitatis aer amiserit: ob quæ habebimus analogiam: $b . x :: c . n$. Tota igitur aeris gravitas specifica (b) erit ad portionem gravitatis specificæ ablatam (x) ut tota altitudo Mercurii (c) ad partem altitudinis ablatam (n). quapropter descensum Mercurii inspiciendo, decrementum gravitatis aeris, immediatè conspicimus.

Quibus positis, ad divisionem absolvendam, consideremus Barometrum ACD, cujus tubulus AB, vas Mercurio repletum CD, SN altitudo Mercurii in tubulo, supra superficiem Mercurii stagnantis in vasculo, pollicum viginti octo, & in pollices viginti octo divisa. Si Mercurius imminutâ aliquantisper aeris pressione subsidat in e: altitudo Ee, seù Ss assumi solet pro quantitate descensus, quam tamèn, ut exactiorem habeamus, corrigendam arbitror.

Ratio est, quia dum Mercurius hærebat in E, superficies stagnantis Mercurii erat juxtà horizontalem FG, dum autem descendit in e, Mercurius, qui anteà spatium Ee implebat, intrà vasculum redundat, & superficiem stagnantis Mercurii elevat ad libellam fg. Qua de causâ altitudo Mercurii non est penes rectam sN, sed penes rectam sn, unde altitudini SN, non tantùm pars Ss, verùm etiam pars nN, est demenda. Ut itaque genuina scrutetur mensura descensus vivi argenti altitudini Ee altitudo nN addenda est, quam, inito calculo, nullo labore obtinebimus: cum notam habeamus tubuli AB basim $= aa$, vasculi CD basim $= bb$ altitudinum Ss $= c$: tunc ob reciprocationem basium, & altitudinum est: $bb - aa . aa :: c . \frac{ca}{bb - aa} = n$N. Animadversio hæc maximæ utilitatis

tatis censenda erit, si bases tubuli, & vasculi notabilem inter se teneant proportionem, atque præcisa ponderis atmosphæræ mensura requiratur. Si, è contrà, basis vasculi ità sit extensa, ut ad basim tubuli exiguam habeat proportionem, neque tanta præcisio in votis sit, altitudinem *n* N tutò negligi posse existimo. Monere prætereo quid vel sentiendum, vel agendum sit, si, crescente atmosphæræ pondere, Mercurius attollatur: cum ex dictis de descensu sufficientia appareant indicia.

Barometrorum divisionem absolvimus, sed pari facilitate Thermometrorum divisionem nequaquam absolvemus. Desideramus ex Thermometris quantitatem caloris cognoscere, & elaterium tantùm aeris à calore proveniens nobis innotescit. Causam quærimus, & invenimus effectum: nam aer, superveniente calore, ad majus spatium occupandum, atque ad graviora sublevanda pondera roboratur. Fingamus nobis animo unum caloris gradum ità augere elaterium aeris, ut hujus gradus caloris vi, unus pollex Mercurii sustineatur, & alium insuper caloris gradum denuò ità augere elaterium aeris, ut alius adhuc pollex Mercurii sustineatur. Scimus quidem rationem ponderum, quæ à vi elasticâ gradibus hisce caloris auctâ sustinentur, sed nescimus rationem, quam hi gradus caloris habent inter se. Hoc tantùm in comperto est, hos gradus non esse æquales: millenis enim constat experimentis, eumdem caloris gradum majorem vim ad pondera sustinenda densiori aeri impertiri, quàm rariori.

Res illustrabitur exemplo. Sit Thermometrum A B D Mercurio repletum ad libellam usque E C: vi gradus unius caloris aer occupans spatium D C reducatur ad spatium D K, & ob hunc caloris gradum (Fig. 12.)

C sustì-

sustineat pondus, cujus altitudo RS = uni pollici: vi alterius caloris occupet spatium DL: & ob secundum hunc caloris gradum sustineat pondus, cujus altitudo YZ = alteri pollici. Patet gradum caloris agentem in aerem DC, agere in aerem densiorem; & gradum caloris agentem in aerem DK, agere in aerem rariorem. Cognoscere autem oporteret rationem inter calorem augentem aeris elaterium ad sustinendum pondus RS, & calorem augentem aeris elaterium ad sustinendum pondus YZ. Idem de quibuscumque ponderibus, atque caloris gradibus.

Sed cum rationem hanc ostendere Thermometrum non valeat, extra eam futurum existimo munus ejus. Munus ejus est, rarefactionem aeris, vel condensationem ab aucto, vel imminuto calore provenientem exhibere, & quæ pondera caloris vi sustinere queat aer rarefactus, indicare. Quia verò aer etiam ob condensationem ex pressione gravium superpositorum ortam vi pollet ingentia pondera sustinendi, ideò reor, talem Thermometri divisionem esse debere, quæ unam potentiam aeris ad sustinendum pondus ab alia distinguat, &, secundùm datam quantitatem rarefactionis aeris ob gradum caloris aeri superadditum, pondus, quod ab aere sustinetur, vi superadditi gradus caloris ostendat.

Quod, cum semel animo constituissem, ut divisionem ritè perficerem, experimentum D. Mariotte tentavi; non quòd ei fidem derogarem, sed exercitationis tantùm gratiâ. Experimentum quoties reiteravi, toties regulam à D. Mariotte sancitam in fide admiratus sum. En experimentum, & regula ab illo emanata.

(Fig. 13.) Tubulus ABCD ejus figuræ, quam iconismus osten-

ostendit, extremitate A patens, extremitate D clausus repleatur Mercurio ad libellam usque XZ, & aer portione DZ clausus elaterii vi æquilibrium servet cum pondere atmosphæræ gravitantis in a. Si quantitas aliqua Mercurii addatur, quæ in brachio AB, perveniat ad N, in brachio autem DC, perveniat ad O: compertum est, altitudinem NR $= u$ plus altitudinem Mercurii in Barometro esse ad eamdem altitudinem $= b$, ut aeris DZ, moles $= a$ ad molem DO, aeris ejusdem $= z$, in quam se reduxit ob superadditum pondus. Est ergo ut $u + b . b :: a . z$ & : $uz + bz = ab$.

Hic obiter, & quasi parenthesim, simile tentamen circa aquæ compressionem subjungam. Tubulum assumpsi priori similem, sed utrinque apertum, in quo Mercurius juxta horizontalem EG quiescebat. Brachium DE aquâ replevi, atque extremitatem D, hermeticè sigillavi. Solerti inde diligentiâ confinia aquæ, & Mercurii lineâ FE distinxi: ratus, quòd si aqua alicujus compressionis capax foret, Mercurius in brachio AB superadditus, eam fuisset ostensurus, eandem aquam ad minorem molem redigendo. Brachium idcircò BA, sex pedibus longum Mercurio replevi totum: sed validâ nequaquam obstante pressione Mercurii, aquæ, & Mercurii confinia in eâdem jugiter lineâ perseverarunt. (Fig. 14.)

Redeo ad Thermometra. Et sit illud, de cujus divisione agitur FHGD, cujus pars a BZ, plena sit Mercurio. Si descendat Mercurius ad horizontalem usque BQ, redundabit in altero brachio usque ad NO. Quo casu notari vellem altitudinem ponderis Mercurii prementis aerem in phyala clausum componi ex altitudine Na Mercurii supra libellam a Z, & ex altitudine $a\,b = $ TV, quæ libellarum dif- (Fig. 15.)

C 2 feren-

ferentia nuncupabitur. Idque ità per se patet, ut frustraneum opus arbitrarer demonstrationem subjungere. Hinc etiam colligi potest, sphæricas phyalas non ideò aptas esse pro Thermometris, cum sphærica æqualia frusta inæquales habeant altitudines, hoc est inæquales libellarum differentias, quod non accidit in frustis cylindricis.

Quia verò Mercuriales cylindri O a, L Q sunt æquales, reciprocabuntur bases, & altitudines: quapropter si nota sit ratio basis G E D, cylindri C G ad basim F K M cylindri H M, quæ sit ut recta R S $= r$ ad rectam H I $= s$: nota quoque sit cylindri O a altitudo $=$ N a $= c$: altitudinem T V $= x$ non ignorabimus: erit $r . s :: c . x = \frac{sc}{r} =$ libellarum differentiæ.

(Fig. 16.) His positis sit OS $= b$ altitudo ponderis atmosphæræ in Barometro: sit AB $= a$ altitudo cylindri CG, seù mensura spatii occupati ab aere, quando Thermometri phyalam glacies stipat (tunc enim aerem caloris vi nullum pondus sensibile sustinere, veniâ rebus physicis concedi solitâ, postulo) qui aer vi elasticâ ponderi atmosphæræ in altero cylindro M H, prementi æquivalet: namque suppono Mercurium sub eâdem horizontali H C, in utroque brachio æquilibrem.

(Fig. 17.) Assumatur linea A B $=$ altitudini A B (Fig. 16.) $= a$ (quamvis duæ rectæ A B supponantur in utraque figurâ æquales: attamen in Fig. 17. tùm AB, tùm cæteræ lineæ majores ductæ sunt, ut distinctiùs appareant) atque ab ejus extremitatibus A, B, erigantur perpendiculares A M, B D, & ex B D abscindatur B O, æqualis ponderi atmosphæræ O S (Fig. 16.) $=$ b. Circà Assimptotos M A B describatur hyperbola, quæ transeat per punctum O, agaturque E O parallella ad AB, & transiens per punctum O. Si ad

AB

A B ordinatim applicetur quævis N S, repræſentans pondus, quo aer phyalâ clauſus premitur : pars N a = u altitudinem Mercurii in cylindro MH (Fig. 16.) : pars a S = b altitudinem ponderis atmoſphæræ exprimet : abſciſſa verò A S = z exprimet altitudinem ſpatii in cylindro CG, (Fig. 16.) ab aere condenſato occupati. Semper enim juxta ſuprapoſitam regulam erit : $u \dagger b . b :: a . z :$, & $u z \dagger b z = a b$.

Infundatur per os cylindri MH, quævis Mercurii quantitas, qui in cylindro MH, altitudinem occupet uſque ad NO in cylindro CG, uſque ad a Z : eritque Mercurii ponderantis ſuper aerem CZ altitudo N a : ſpatii D L, occupati ab aere compreſſo altitudo A T. (Fig. 16.)

Ex A B abſcindatur A T = A T (Fig. 16.) = z = d, atque ex T ducatur ordinata TN, cujus pars N a erit = u = c : habebitque $c \dagger b . b :: a . d$; &, $c\, d \dagger bd = a b$. (Fig. 17.)

In aquam inde aliquo caloris gradu imbutam mergatur totum Thermometrum, & calore aquæ augeatur elaterium aeris tenentis ſpatium DL, ità ut occupet ſpatium LQ, & altitudo AT producatur in V. Pondus modò premens ſuper aerem GQ, quod additur priori N a vocetur y : erit y = R N † TV = $r \dagger x$; & ducendo in s erit : $s y = r x \dagger s x$. & poſito $r \dagger s = g : g x = s y$: atque analogia $s . g :: x . y$. (Fig. 16.)

Ex puncto N rectæ TN, ducatur linea indefinita NX, parallella lineæ A B, in qua ſumatur N Z = s. Ex puncto Z erigatur normalis Z C = g ; atque à puncto N rectæ T N, per punctum C, agatur recta linea indefinita NCR : ſempèr erit : NZ = S . ZC = g :: linea N Z Y = x . Y R = y ; ideoquè $g x = s y$. (Fig. 17.)

Si

Si igitur linea N Z Y ob parallelas = S T = *h* exprimat augumentum spatii ab aere occupati in cylindro CG (Fig.16.) : YR = *y* (Fig.17.) exprimet auctam altitudinem Mercurii in cylindro M H (Fig.16.) Quià verò aer spatium tenens, cui respondet A S, vi naturalis elaterii sustinet tantùm pondus SN : reliqua quoque pars N Y lineæ S Y exprimet altitudinem ponderis, quod ab aere sustinetur caloris vi : Unde constat altitudinem ponderis, quod premit aerem AS, & quod ab aere sustinetur caloris vi, semper æqualem esse rectæ lineæ N Y R.

(Fig. 16.) Fingamus nunc, quæso, aliquem illum caloris gradum, quo aqua imbuta erat, gradum caloris fuisse aquæ summè effervescentis. Nota erit altitudo A V spatii ab aere occupati, & *h* R ponderis aerem prementis.

Abscindatur (Fig.17.) AV = AV (Fig.16.) ex AB : erit (Fig.17.) applicata VR = *b* R (Fig.16.); & linea N YR (Fig.17.) exprimet pondus, quod sustinetur ab aere vi caloris expanso ad occupandum spatium TV (Fig.16.)

(Fig. 17.) Linea T V dividatur in partes quotiumque æquales SS, & applicentur totidem lineæ SYR. Rectæ SS exprimentspatia de novo occupata ab aere. Abscissæ AS exprimentspatia aritmeticâ proportione crescentia, & lineæ NYR partes applicatarum SR, comprehensæ inter portionem NO hyperbolæ, & rectam lineam NCR exprimentpondera, quæ sustinentur ab aere vi caloris ad majus spatium tenendum coacto. Datâ itaque quantitate rarefactionis aeris ob gradum caloris aeri superadditum, habebimus pondus, quod ab aere sustinetur vi superadditi gradus caloris

Ut divisio Thermometro accomodetur, notare oportet in tubulo HM (vel in plano aliquo tubulo

HM

HM adhærenti) punctum R , ad quod Mercurius dum summè fervebat aqua, pervenit. A puncto R demittatur perpendicularis R P = lineæ R 1 N . Initio (Fig. 18) facto à puncto R assumantur tot partes R 1 : 1 , 2 . 2 . 3 tùm æquales inter se , tùm æquales differentiæ R 1 (Fig. 17.) : tot , inquam , quot à puncto T ad punctum V sunt divisiones . E contra etiam initio facto à puncto P totidem partes abscindantur P , 1 : 1 , 2 : 2 , 3 : sed tales, ut sit P , 1 = N 1 (Fig. 17.) : 1 , 2 = N 2 (Fig 17.) 2 , 3 = N 3 (Fig. 17.) : quoties enim , gratiâ exempli , Mercurius pertinget punctum 3 linea 3 . 3 pondus, quod ab aere vi caloris sustinebitur , indicabit . Idem de singulis .

Cæterum modò remanet , ut paucis attingam Physicam rationem phænomeni illius , quod in Barometris à me primò factis apparuisse suprà jam dixi . Porrò à rectâ semitâ non aberrabo , si numquam satis commendati Bernoulli vestigia prosequar, qui causam ostendit , propter quam Barometra , quacumque pulsatione luminosa , lumen diffundunt . In Barometris enim diligentiori supranarratâ methodo elaboratis , quoties facto impetu Mercurius descendit in extimâ ipsius superficie lumen apparet , cujus effectus vir ille causam vestigans his sensibus ratiocinatur .

Quoniam lumen ex quacunque agitatione non prodit , sed tantùm ex Mercurii descensu , argui potest , quòd Mercurio descendente , materia alia tenuissima ex Mercurii meatibus egressa ascendat , ut spatium illud , quod Mercurius descendens reliquit , ingrediatur . Alia prætereà materia tenuior quidem aere illo , quem respiramus , sed crassior illâ , quæ vivi argenti meatus penetrat , tubulum ingreditur per vitri poros , quos ex differentia ponderis vivi argenti , &

& vitri laxiores poris vivi argenti concipere facile est. Duæ hæ materiæ commiscentur, & spatium implent à Mercurio descendente concessum. Materia illa de poris vivi argenti egressa cum Cartesio materia prioris elementi nuncupetur: illa verò, quæ per tubuli poros se insinuat, materia secundi elementi.

Cartesius lumen produci statuit ex rapidissimo motu materiæ primi elementi intrà spatium aliquod solius confluxæ, & ex nisu, quem ipsa exerit super globulos secundi elementi. Quousque ergò primi elementi particulæ intèr argenti vivi meatus dispersæ à terrestribus argenti vivi particulis opprimuntur, rapidissimum motum concipere, & nisum exercere ad lumen producendum nequaquàm valent. Statim verò ac ob descensum Mercurii effluere, omnique heterogenea materia liberatæ naturalem celerrimum motum concipere possunt, & nisum super particulas secundi elementi exerere, lumen apparet.

Ex his præter luminis generationem, & cætera, colligit, cur contumacia plerumque Barometra sint ad lucem prodendam. Cum namque Mercurii superficies faciliter ex aeris contactu pelliculâ quadam cooperiatur: pellicula illa egressum subtilissimæ materiæ impedit, atque per consequens productio luminis interrumpitur.

Modò si phænomeni nostri circumstantiis omnibus attendamus, phænomenum ab iisdem principiis provenire comperiemus. Quæ observavi hæc sunt. Primò, ascendente aeris bullula intrà Mercurium tubuli Barometri usquedum vacuam tubuli partem occuparet, lumen indigesto motu ascendens, ascendentem bullulam comitatum est. Secundò, quò editiorem regionem teneret bullula, eò intensius lumen apparuit.

ruit. Tertiò in Barometro anteà nequaquàm luminoſo ſtatim poſt prætergreſſam bullulam agitato, quoties Mercurius deſcendit, toties lumen effulſit. Quartò poſt aliquod tempus, cum agitatum denuò ſit Barometrum, nullum amplius lumen videri potuit. Quintò ſecunda bullula aeris in idem Barometrum immiſſa languidius lumen excitavit: tertia verò nullum.

Redeo ad primum; pro cujus intelligentia advertendum eſt, celerrimum motum particularum primi elementi, & niſum ſuper particulas ſecundi contingere tàm ſi vacuum fiat, quàm ſi aer inſignitèr rareſcat. Dùm enim rareſcit, ad ſpatium majus ſe extendit, quaproptèr particulis tùm primi, tùm ſecundi elementi locula patent occupanda, quæ dum impetu occupantur lumen enaſcitur. Quod verum adeò eſt, ut Barometrum, in quo Mercurius altitudinem tantùm pollicum duorum ſuprà viginti obtinebat, ac per conſequens in cujus ſumma tubuli parte plùs æquo aeris latitabat, agitatum in quovis Mercurii deſcenſu lumen effuderit. Si conſideremus ſpatia ab aere occupata eſſe in ratione inverſa ponderum eorum, quæ ſuſtinentur, videbimus ſpatium, cui in tubulo Barometri congruit bullula aerea, creſcere ea proportione, qua altitudo ſuperpoſiti Mercurii decreſcit. Quando ergò ad locum ſatis amplum tenendum bullula ſe extendit: tunc externus aer ſecundi elementi particulas in tubulum per poros vitri propellitur: tunc ſecundi elementi particulæ ſe meatibus vivi argenti expediunt, tunc in ſuperficie vivi argenti lumen apparet.

Ob majorem interim gravitatem deorsùm cadit portio aliqua Mercurii, aereaque bullulâ tali pondere

liberata , & proportionale ſpatium adeptâ , lux nova coruſcat ex Mercurii ſuperficie , quæ ob eumdem turbinatis guttis ſecundùm tubuli diametrum cadentem undequaque editior facta eſt . Uſquedùm itàque Mercurius deſcendit , & aer rareſit , luminoſa eſt ſuperficies Mercurii , quæ , cum aſſiduò agitetur , & editior fiat , lumen agitatum aſcendere indicamus .

Secundò , quò magis bullula aeris aſcendens extenditur , eò major particulis , & primi , & ſecundi elementi aditus patet , undè excitari poteſt lux vehementior .

Tertiò aerea bullula magno impetu ad ſuperiores partes contendens pelliculam illam ſuperficiei Mercurii diſcerpit , quæ egreſſui particularum primi elementi obſtabat , & luminis productioni officiebat . Ipſa ſublata , particulis illis carcer reſeratur , ex quo celerrimè egredientes ſuperficiem Mercurii illuſtrant .

Quartò , cùm quieſcente Barometro minima illa impura , & heterogenea , quæ pelliculam texebant ſuprà ſuperficiem Mercurii , denuò ſident , meatus denuò obſtruunt , & lucem prohibent .

Quintò , ſi ſecunda aeris bullula intromittatur in tubulum , hæc nanciſcitur , tùm Mercurium à prima bullula non mediocriter conſpurcatum , tùm ſuperiorem tubuli partem ab aliqua aeris portione occupatam : atque ideò mirum non eſt ſi languidius lumen effundat : tertia verò bullula incommoda hæc ideò aucta offendit , ut lucem ullam excitare nequaquam valeat .

Inquirendæ cauſæ fulgur generanti poſſet hoc phænomenum inſervire : at cum id inquirere ad tractationem Barometrorum , & Thermometrorum minimè pertineat , ſufficient quæ DIXI .

MA-

MACHINÆ ARITMETICÆ, EJUSQUE USUS *DESCRIPTIO.*

CUm pluries, & ex viva voce, & ex scriptis Eruditorum hominum intellexissem, studio, atque curâ Clarissimorum Pascalis, ac Leibnitii duas Machinas aritmeticas multiplicationi deservientes fuisse constructas, quarum artificii descriptionem, neque ego novi, neque manifestam redditam scio: animo, & cogitatione exoptavi, vel illarum constructionem divinare, vel novam, quæ eumdem ederet effectum, moliri. Felicique eventu Machinam, cujus ope etiam imperitus aritmeticæ rei, dummodò cyphras noscat, operationes singulas Algoritmi perficere valet, mente concepi. Conceptam indè ex ligno fabrefieri curavi; sed cum rudi Minervâ primò id executum fuerit, rem possibilem potiùs esse, quàm factam indicavit. Eam itaque studui denuò ex durioribus lignis omnimodâ diligentia construi, neque irritus cecidit susceptus labor. Tandèm ipsam intentioni perfectissimè correspondere viderunt (in hodiernam diem à quolibet videri potest) plures viri omni exceptione majores. Idque dictum sit, quia ad me attinet de veritate rei fidem exhibere: ad alios verò de rebus,

quæ ad inventionem ſpectant, ferre judicium: quod ut ferre poſſint, Machinæ conſtructionem, & Uſum ſubjicio.

(Fig. 29.) *a b c* Rota eſt Machinæ totius prima motrix dentibus quinquaginta inſtructa.

q y Axis rotæ *a b c*, cujus extremitates circumvolvuntur, altera per foramen, quod eſt in apice laminæ ferreæ *f e d* intèr rotam *a b c*, & rotam I H K, altera per foramen, quod à tergo eſt aſſis quadratæ D E G F.

l i Cylindrus ligneus circum quem reducitur funis cum appenſo pondere K.

g h Rota annularis, cujus interior pars ſerratis dentibus adornatur, contrà quos, ſi pondus trahat, & funis explicetur, obſtat lamella elaſtica cylindro *l i* infixa, quæ dum pondus trahitur, & funis glomeratur ſerpit per dentium dorſa. Hujuſce generis rotas paſſim in quibuſcumque horologiis habemus.

c m Tympanum dentatum: Ejus ſuperficies ſex dentibus conſtat, qui dentes dentibus rotæ *a b c* implicantur.

s r Rota cylindrica ſerratis dentibus viginti ſeptem inſtructa, quæ communem habet axem cum tympano *c m*: puta rotam eſſe occurſus horologii. Ille axis à ferrea lamella *f e d*, & à bacillo *t p* ſuſtinetur.

o z x Librator duabus pinnis munitus viciſſim dentibus rotæ *s r* occurrentibus, qui velocitatem motus tympani *c m*, & per conſequens motricis rotæ *a b c* determinat.

l n Funis, qui circà cylindrum *l i* circumvolvitur, cui appenſum eſt grave K. Hæc funis poteſt troclearum ope extrà Machinam educi, & diſpaſto, vel triſpaſto decurtari.

K. Pon-

K Pondus funi *ln* adnexum, quod trahens deorsum in gyrum impellit cylindrum *li*, & rotam *a b c*.

Harum partium opere rota *β τ*, & eidem adnexa QST gyrantur, regulari tamèn motu, & uniformi. Cumque rota *abc* moveatur in consequentia litterarum *abc*: rota QST movebitur in consequentia litterarum TSQ. Hæc proptèr, non deficiente pondere, nullo obstante impedimento, rotam QST jugitèr circumvolvi supponemus.

IHK Rota in cujus peripheria sunt dentes septuaginta duo.

LM Axis rotæ IHK, cujus una extremitas volvitur in foramine L tabellæ transversæ PL, altera per foramen M assis quadratæ DEFG exiens inflectitur, & in manubrium MN desinit.

EDFG Assis quadrata, cujus diameter basi Machinæ, fronti cujus affigitur, parallella est.

2. 5. 9. Circulus per crenam in asse EDFG excavatam circumvolubilis; super ejus peripheriam in novem æquales partes divisam notatæ sunt cyphræ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7 8. 9.

u, u Foramina cyphris 1. 2. &c. respondentia.

u O Claviculus teres, qui foramini cuicumque *u* insigi potest.

Ut percipiatur istarum partium usus, quæ ad sistendam rotam QST ordinatæ sunt, prænotari debet, rotam *β τ* cylindro VY firmitèr infigi, & portionem VI cylindri VY esse dentibus octo instructam, qui dentibus rotæ IHK inseruntur. Qua de causa dum rota *β τ*, & per consequens cylindrus VY cicumvolvitur, circumvolvitur etiam rota IHK secundùm litteras IHK, & manubrium MN circumferentiam 2.5.9. metitur.

titur. Quod manubrium dum claviculum *u* O offendit, sistitur, & rotam IHK secum sistit: eâ immota immobiles fiunt etiam rotæ *β τ*, *abc*, QST, atque machina tota conquiescit.

Quia rota IHK dentes septuaginta duos habet, cylindrus verò VI octo: si rotæ IHK nona pars, vel octo dentes prætergrediantur, cylindrus VY, & illi infixa rota QST integrum gyrum absolvent. Cum itaque foramina *u*, *u* ità distent intèr se, ut manubrium à proximo foramine, ad proximum foramen perveniat post peragratam nonam partem circuli 2. 5. 9. quoties manubrium ab uno *u* ad proximè primum *u* accedet, toties rota IHK nonam partem integri gyri conficiet, & toties cylindrus VY, rotaque QST integrum gyrum terminabunt. Hinc si manubrium ad secundum *u* perveniat rota QST duos integros gyros perficiet: si ad tertium treis, &c.

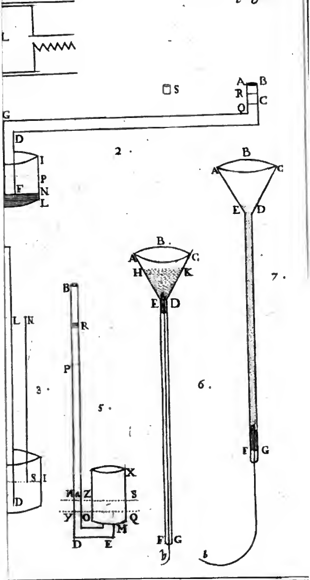
Dùm ergò semèl statuerimus rotam QST tres v. g., gyros efficere, in foramine tertii *u* (quod illicò videtur circumvolutione circelli 2. 5. 9.) aut claviculus *u* O, aut alter ipsi similis, & æqualis infigatur: retracto enim claviculo *u* O rota QST moveri perget, atque tribus gyris absolutis (ob manubrium MN impeditum) subsistet immobilis.

VY Cylindrus medias partes rotarum *βτ*, QST trajiciens.

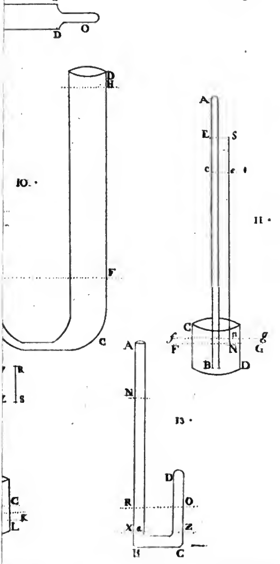
VI Pars cylindri VY octo dentibus instructa, qui dentibus rotæ IHK inseruntur.

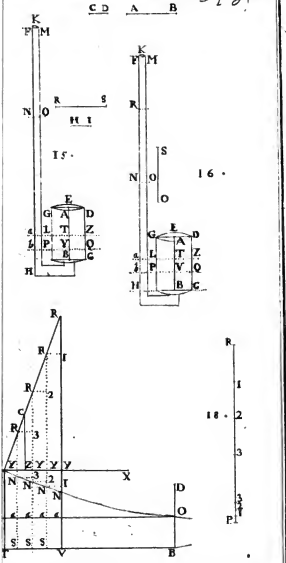
βυτφ Rota circà cylindrum VY confixa, cujus ambitus in dentes quinquaginta dividitur, qui dentibus rotæ *abc* implicantur. Ejus crassities tripla est crassitiei rotæ *abc*.

QST


L
S
A B
R C
Q
G
D
2.
I
P
F N
L
B
A C
E D
7.
B.
A C
H K
E D
B
L N
R
P
3.
5.
6.
S I
X
N Z S
D
Y O Q
M
D E
F G
F G
b
b

Tab. 2. pag. 26




C D
A B
15.
16.
18.

QST Rota paritèr circa cylindrum VY confixa. Dimidia QYT crassitie æqualis est crassitiei rotæ *abc*. Dimidia verò QST in tres æquales sectores dividitur quorum primus QR Σ crassitiem habet duplam: secundus R Υ S triplam: tertius S Φ T quadruplam. Tres externæ crassities *a· b·*, *c· d·*, *e· f·* novem dentibus singulæ instruuntur, qui ità elevari possunt, ut sectorum peripheriis perpendiculares sint: ita deprimi, ut sectorum planis normales existant. Constructio per quam dentes erigi, & deprimi possunt talis existit. (Fig. 20.) Vide Tab. 6. in calce.

abc Dens unus est figuram iconismo similem referens, in *e* perforatus.

dfgb Segmentum alicujus sectoris rotæ QST (Fig. 19.), in quo dentes reperiuntur: puta esse nonam partem sectoris SΦT, quæ unum dentem erigendum, vel deprimendum pro opportunitate contineat. (Fig. 21.)

lnpqok Sectio in qua dens *abc* inserendus, quem postquàm inseruerimus per foramen, secundùm rectam *sr* terebratum, insigatur filum ferreum, quod per foramen *e* dentis *abc* transeat, atque circà illud queat ipse dens liberè circumvolvi. (Fig. 22. & 23.) Supponamus, quæsò, hæc facta esse, & confixam in *u* lamellam elasticam *tu*, quæ ne casu deprimatur dens erectus, ne casu erigatur depressus impediat. Supponamus denti additum esse brachiolum *xy*, in *z* teretri claviculo adnexum, & per fenestrellam AB rotæ QST pertransiens. His suppositis, dum brachioli extremitas *y* trahitur, dens erigitur, dum impellitur, dens deprimitur. (Fig. 19.) Ad munus hoc exequendum manus in Machinam intromittuntur per spatia intèr quadratam assem, & parastatas frontis, nec non per aperturam *q· q·*.

Rota

Rota *βτ* deſervit circumvolvendæ rotæ QST, in cujus quavis craſſitie, cum denres, novem uſque, pro lubitu erigi queant, craſſities quævis tot dentes, quot voluerimus (intra hos limites) habebit.

Dentes craſſitiei *a· b·*, qui in primam rotulam dextrorsùm impingunt unitates repræſentant: craſſitiei *c· d·*, qui in ſecundam, decades; craſſi iei *e· f·*, qui in tertiam, numeros centenarios. (ſi quarta adderetur craſſities millenarios numeros repræſentaret: & ſic in progreſſu). Quarè dùm opus fuerit rotâ QST uti in aliqua operatione, circa numerum (exempli gratiâ) 279. in craſſitie *a· b·* dentes novem, in craſſitie *c· d·* dentes ſeptem; in craſſitie *e· f·* dentes duos erigere oportet. Neque diſſimili methodo quivis numerus, tres cyphras non excedens, exprimetur.

---

1. 2. 3. Coclea rotæ ZX affixa, ſuper cujus planum recta eſt. Spirarum cocleæ diſtantia adæquat craſſitiem rotæ *abc*.

*n*55 Matrix cocleæ 1.2.3., quæ angulis 5, 5 crenis capſulæ 6.7.8.9. inſeritur. Hæc matrix circumvolutione rotæ ZX accedere poteſt ad partes 8. 6. & ab eiſdem recedere.

n μ θ Pars matricis auriculæ figuram referens, cujus medium perforatum excipit axem *μθ* cylindri VY. Per foramen illud axis poteſt circularitèr moveri: nequit tamèn vel antè, vel retrò diſcurrere, ſed accedit ad partes 8. 6., vel ab eiſdem recedit eâ menſura, qua accedit, vel recedit matrix.

ZX Rota, quæ dum gyratur circularitèr movet cocleam 1. 2. 3. Numerus dentium hujus ad libitum eſt.

ΘΩ Rota ſimilis, & æqualis rotæ ZX, parique dentium numero inſtructa.

ZΔ Rota media inter rotas ZX, & ΘΩ, cujus

jus dentes dentibus utriusque implicantur.

$\Phi\chi$ Manubrium, quod semel circumvolutum semel circumvolvit rotam $\Theta\Omega$, & hæc, adjuvante rota $Z\Delta$, semel circumvolvit rotam ZX.

Cocleæ hujus ope matrix, & cylindrus VY, confixaque illi rota QST moventur secundum axem $\mu\varpi$. dumque coclea matricem trahit, rota QST propior fit partibus retrorsis machinæ: dumque matricem expellit propior fit machinæ fronti.

Manubrio $\Phi\chi$ semel circumvoluto, rota ZX, & coclea 1. 2. 3. semel circumvolvuntur. Unâ verò cocleæ circumvolutione matrix accedit, vel recedit spatio distantiæ spirarum cocleæ æquali, quæ distantia æqualis est crassitiei rotæ *a b c*; & per consequens crassitiebus *a· b·*, *c· d·*, *e· f·*.

Si igitur manubrium una vice rotetur, & rota QST partibus retrorsis accedat spatio æquali crassitiei *e· d·*: crassities *a· b·* non ampliùs in rotulam *n· o·* impinget, sed in rotulam *r· s·* paritèr crassities *b· d·* non rotulam *r s·*, sed rotulam *t· u·* aget in gyrum: idem de singulis.

Profectò rota QST bis partibus retrorsis accedere potest, cum enim maximè accedit rotæ *a b c* peripheria peripheriæ *y r* rotæ βr congruit, & crassities *a· b·* rotulam *t· u·* promovet. Cæteræ tunc crassities in rotulas reliquas impingunt, quas, evitandæ confusionis gratiâ, non delineavi. Quòd si rota QST partibus retrorsis accedere bis potest: patet, quòd etiam bis poterit frontem versus remeando, ad primum situm semetipsam restituere. Sic crassitierum dentes queis voluerimus rotulis adaptabimus.

---

n· o·, *r· s·*, *t· u·*, Rotulæ singulæ decem dentibus instructæ, quæ à rotâ QST circumducuntur. Ità

diſtributæ ſunt , ut , ſi rota QST in gyrum agatur , dentes craſſitiei *b a* implicentur dentibus rotulæ *n o* : dentes craſſitiei *c d* dentibus rotulæ *r s* : dentes craſſitiei *e f* dentibus rotulæ *t u* . Sex præcipuæ ſunt ſex circellis *b g* reſpondentes . Tres autèm tantùm delineatæ fuerunt , ne oriretur confuſio . Si plures rotulæ eſſent , pluresque circelli operationes machinæ ad majores numeros extenderentur . Inventio enim numeris quibuſcumque valet deſervire , ut per ſe patet .

m i Axes rotularum , qui per foramen *i* exeuntes figurâ manubrioli inflectuntur . Hæc manubriola iconiſmo deſunt .

m z Rotulæ ſerratæ eumdem axem obtinentes .

z Cuneolus , qui dentibus ſerratarum rotularum impingit , ne poſtquàm in anteriora rotulæ promotæ ſunt , in poſteriora regrediantur . Sed neceſſitas cogit has rotulas diligentiùs deſcribere , & diſtinctiorem iconiſmum exhibere : quæ de rotulis ſeorſim dicentur congrua applicatione ad rotulas in integra Machina delineatas mente transferre oportebit .

(Fig. 24.) EFIK Dimidium aſſis tranſverſæ ſuper quam circuli *b g* reperiuntur , in quorum centro una extremitas *i* axium *m i* rotularum imponitur . Hæc aſſis tranſverſa fronti machinæ affixa eſt .

GLH Dimidium aſſis tranſverſæ aſſi EFIK parallelæ , retrorſæ parti Machinæ affixæ ; in hac altera extremitas axium *m i* infigitur .

b g Circuli tornati , qui versùs *b* feneſtrellas habent , per quas numericæ cyphræ apparent .

n A B *o* Prima rotula decem dentibus inſtructa , in quam dentes primæ craſſitiei rotæ QST impingunt : rotatur ſecundùm *n* A B .

r C *s*

r· C r· Secunda rotula primæ similis, & æqualis, decem item dentibus instructa, in quam dentes secundæ crassitiei *c· d·* Rotæ QST impingunt: rotatur versùs easdem partes, versùs quas prima, secundùm *r* C.

t· D *u·* Tertia rotula primæ, atque secundæ similis, & æqualis, decem paritèr dentibus instructa, in quam dentes tertiæ crassitiei *e·f·* rotæ QST impingunt: rotatur, superiorum methodo servatâ, secundum *t·* D.

o, o, o Tria pondera funiculis circà rotularum axes circumvolutis appensa, quæ rotulas trahunt in partes contrarias iis, ad quas à dentibus rotæ QST diriguntur. Trocleolis extrà Machinam hosce funiculos abduxi.

m· z· a· Rotulæ eosdem axes *m· i·* habentes decem ferratis dentibus adornatæ. Motum eumdem habent, quem cæteræ rotulæ eisdem axibus infixæ.

R *z·* Cuneolus circà claviculum *g* volubilis, cujus pars *z·* ob compactum plumbum gravior, & deorsùm tendens rotularum *m· a·* dentes fulcit, & ponderibus *o* contranititur.

MN Dentes ex lamella ferrea, quorum unum tantùm habet quævis rotula *m· a·* in aliam proximam rotulam *m a·* impingentem. Cum rotulæ *m· a·* in eodem plano non sint ferrei dentes plano laterali rotularum *m· a·* affiguntur ità, ut sint extrà planum rotulæ illius, cui sunt affixi; & in plano rotulæ illius, in cujus dentes impingere debent. Ipsorum verò talis esse debet longitudo, qualis proximæ rotulæ uno denti promovendo sufficiat. Age, si dum ferreus dens M *p* N tangit dentem *x*, cuneoli apex est in *d*: dùm dens M *p* N expeditus erit à dente *x* cuneoli apicem in *n* reperiri oportet.

PQS Rotula ſuperaddita rotulæ *r r* eidem ſimilis omninò , & æqualis , ejuſdemque dentibus ſuos inſerens . Hæc rotula ab ipſa *r s* ex dentibus craſſitiei *c d* promota in gyrum agitur , atque à dente ferreo M *p* N impulſa , ipſam *r s* in gyrum agit . Cauſa , cur ſuperaddita fuit , ex hoc orta eſt : quòd dum una rota implicatis dentibus rotam alteram movet , ſi prima movetur à dextera in ſiniſtram , altera ex motu impreſſo movetur à ſiniſtra in dexteram . Sic dum rota *r s* movetur ab *r* in C , rota QS movetur contrario motu ab S in Q . Dens ideò ferreus M*p*N communicaturus erat rotæ illi , quam offendiſſet , motum proprio motui contrarium , & contrarium motui rotulæ *n* AB : cumque immediatè tetigiſſet rotulam *r c* , motum indidiſſet illi contrarium motui rotulæ *n* AB , & contrarium motui indito à craſſitie *c d* ; quod operationes ſingulas vitio affeciſſet . Superaddita ergò fuit intermedia rotula : undè ſi prima cietur à dexterâ in ſiniſtram , intermedia cietur à ſiniſtra in dexteram ; & ſecunda , quæ ab intermedia in gyrum agitur à dextera in ſiniſtram denuò cietur . Tali ope dens ferreus M*p*N rotulæ *r s* motum imprimit ad eas plagas , ad quas eidem imprimitur à dentibus craſſitiei *c d* . Eadem rotula eandem opem denti ferreo M *q* N impertitur . Quapropter rotulæ ſimplices , & duplæ alternatim erunt diſponendæ .

6 , 7 , 8 Tabellæ rotundæ parallellæ rotulis : centrum habent axi *m s* infixum . Ipſarum peripheria decem punctis , æqualibus intervallis diſſitis , notatur ; & à quocumque puncto ad centrum radius ducitur . Ex ſingulis radiis aſſumptæ ſunt duæ portiones æquales TV , VX ; & per puncta V , X , radiorum centro, deſcripti duo circuli concentrici duas coronas clau-

dentes

dentes, quarum unaquæque decem mixtilineis ſpatiolis conſtat. Omni ſpatiolo coronæ exterioris una cyphra numerica aſſignatur, naturali ordine ſervato: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. Omni ſpatiolo coronæ interioris una item cyphra numerica aſſignatur, ſed non ordine eodem, quo ſuperiores. Nam cyphra in ſpatiolo interiori contenta eſſe debet ſupplementum ad 9 cyphræ ſpatioli exterioris correſpondentis.

Cyphræ in ſpatiolis exterioribus: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.
Cyphræ in ſpatiolis interioribus. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. 0. 9.

b g Circuli tornati tabellas 6, 7, 8. tegentes, atque abſcondentes, in quibus excavatæ ſunt duæ feneſtrellæ *s t*, quarum termini marginibus duorum ſpatiolorum, unius exterioris, & unius interioris perfectiſſimè magnitudine congruunt, quibus fit, ut duæ tantùm cyphræ una in exteriori ordine, altera in interiori appareant. Porrò, cum decem dentes rotularum decem ſpatiolis correſpondeant, quoties unus rotularum dens progredietur, toties novum ſpatiolum, ſeù nova cyphra priori proxima, per feneſtrellam prodibit. Hos autem circulos in iconiſmo diſcerptos effinxi, (excepta portione *b i* feneſtrellas continente) ut omnes cyphræ proprio ordine diſtributæ cernerentur. Inſcribi enim debent eâdem methodo, qua in iconiſmo factum eſt: ut ſcilicèt, dum ſub exteriori feneſtrellâ cyphra 9 reperitur, dens ferreus rotulæ eumdem axem habentis proximam rotulam tangat, eam uno dente promoturus, ſi rotula, cui ipſe infigitur uno dente promoveatur. Hinc colligitur, quòd, ſi una rotula ſingulis decem dentibus progrediatur, & tabella decem unitatibus promoveatur; tabella proxima ad ſiniſtram unitate promovebitur. Seù, cum ſub exteriori feneſtrella circuli ad dexteram cyphra *o* apparet, tunc cy-

phra

phra ſub feneſtrella exteriori circuli ſiniſtrorsùm proximi unitate augetur; cum ſub interiori feneſtrella circuli ad dexteram cyphra *o* apparet, tùnc cyphra ſub feneſtrella interiori circuli ſiniſtrorsùm proximi unitate imminuitur. Quæ notare ſedulò oportere arbitror.

Partium ſingularum connexione, motibus, & uſibus explicatis, reſtat exponenda methodus, qua aritmeticæ operationes perficiuntur. Ipſarum intelligentia faciliùs ex cartaceorum circulorum ſimilium tabellis comparatione, quàm ex oratione prolixiori conſequetur: brevitèr ideò me expediam, neque demonſtrationes (cum nequaquam difficiles ſint) ſubjungam.

Numeratio inſtituitur juxtà Aritmeticæ leges à ſiniſtra in dexteram inchoata. Quaproptèr tabella prima dextrorsùm unitates, ſecunda decades, cæteræque correſpondentes numerorum expreſſiones repræſentant. Illud notari oportet; quòd cyphræ exteriorum feneſtrellarum confundi nequaquam debent cum cyphris feneſtrellarum interiorum. Superioris ordinis numeri additioni, & multiplicationi; inferioris, ſubtractioni, & partitioni deſerviunt.

Additio requirit, ut ſub ſuperiores feneſtrellas reducatur unus ex addendis numeris, alter verò notetur in rota QST, qua methodo ſuperiùs dictum eſt. Sit, verbi gratiâ, addendus numerus 672. numero 450. Ad primam feneſtrellam dextrorsùm reducatur cyphra 2, ad ſecundam cyphra 7, ad tertiam cyphra 6. In craſſitie *a b* nullus dens: in craſſitie *c d* quinque dentes: in craſſitie *e f* quatuor dentes erigantur. His momento temporis, nullo labore ità paratis, & claviculo *u* O à foramine, in quo eſt ad proximum tranſ-

lato

lato, rota QST unum gyrum perficiet, & summa 1122. fenestrellis sponte occurret.

Multiplicatio non dissimilem exigit apparatum. Multiplicandus notetur in rota QST, & ad fenestrellas omnes cyphra o reducatur. Puta: si multiplicandus sit numerus 382 per 5: in crassitie *a b* eleventur duo dentes, in *c d* octo dentes, in *e f* treis dentes. In quinto indè foramine claviculo *n*O reposito, rota QST quinquies gyrabit, & productum 1610 fenestrellis adveniet. Si verò idem numerus non per 5, sed per 35 multiplicari deberet: eo casu operatio prosequenda foret tali pacto. Circumvolvendum semel esset manubrium Φ χ, quo circumvoluto crassities *a b* rotulam *r r* promoveret. Translato indè claviculo *n* O ad tertium proximè foramen, post treis gyros rotæ QST, loco producti 1610 occurret fenestrellis productum 13370. Quod si per 135 multiplicari deberet, semèl denuò manubrium Φ χ ad easdem plagas circumvertere, & claviculum *n*O ad primum proximum foramen transferre oportebit. Peracto enim rotæ QST gyro productum 51570 prodibit.

Subtractio, fenestrellarum ordine excepto, nihil quidem differt ab Additione. In subtractione, quemadmodùm in Partitione interioribus utendum est fenestrellis. Cæterùm numerus, à quo subtractio facienda, ad fenestrellas reducatur, & numerus subtrahendus notetur in rota QST. Claviculo *n* O ad proximum foramen translato, Residuum in fenestrellis inferioribus remanebit.

Divisio hoc primò sibi vult, quòd numerus dividendus per fenestrellas interiores appareat. Secundò quòd numerus divisor in rota QST notetur. Hic duas cyphras excedere nequit, cum in crassitie *e f* unus sem-

per

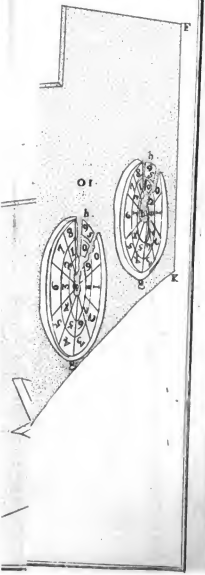
per dens erectus ad quotientem efformandum requiratur. Sit, exempli causâ, numerus 528 dividendus per numerum 28. In ultimis dextrorsùm fenestrellis parato numero, ad cæteras, sed exteriores, cyphra o reducatur. Numero indè 28 in rota QST (cujus crassities *a b* impingat in rotulam *r s*) notato, retrahatur claviculus, & permittatur rotam QST gyrare eò usque duarum anteriorum cyphrarum numerus 24 minor sit divisore 28. Tunc proximo foramini claviculo infixo sistetur rota, & superior fenestrella primam quotientis cyphram ostendet. Post hæc rotam QST frontem versùs, ope manubrii $\Phi\chi$, retractam denuò gyrare permittatur usquedùm residuum 248 minus sit divisore 28: quod ubi erit 24 sistatur claviculo *u* O rota, & inferiores Residuum, exteriores quotientem ostendent.

Hac arte, si præparationem excipias, nullo opere, additio, & subtractio perficitur, multiplicatio autèm atque Divisio, uno tantùm manubrio semèl, aut bis circumvoluto, atque uno claviculo reinfixo: queis operationibus munera omnia Algoritmi absolvuntur.

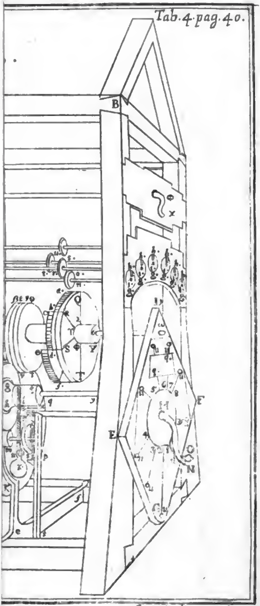
DE


L
G

Tab: 5. pag: 40.



Tab. 4. pag. 40.



Joseph Marcati Sc:

DE SECTIONIBUS CONICIS PARALLELORUM

In Horologiis Solaribus Tractatus.

UMbrosæ illæ lineæ, quæ in Sciotericis arte Gnomonicâ describuntur, sunt veluti quædam viarum Solis per cœlestem sphæram picturæ in horologiorum planis delineatæ. Quià verò aliquandò maximos Sphæræ circulos, aliquandò minores percurrere Sol videtur: ideò semitas à Sole peragratas aliquandò rectæ lineæ, aliquandò curvæ, quæ sectiones Conorum sunt, repræsentant. Rectas lineas, eas scilicèt, quæ maximos Sphæræ circulos monstrant, in præsentia nequaquam attingam: immò horologium astronomicum omnibus numeris absolutum, & quæcumque ad ipsum pertinent, cognita esse supponam. De sectionibus Conorum agam, quarum descriptiones in planis horologiorum, quàm parum adhùc promotæ sint (si ipsarum per puncta, & per analemma descriptiones rejiciantur) nemo est in hisce rebus mediocritèr tantùm versatus, qui ignoret. In planis, inquam, horologiorum, in quibus perdifficile est determinare speciem, verticem, axem, & parametrum illarum sectionum Conorum, quæ itineribus Solis deserviunt indigitandis, Aliàs enim sectionum specie, vertice, axe, & parametro determinatis, ipsarum descriptio facilis evadit, cum ex recentioribus præstantissimis Auctoribus plures habeamus organicas methodos, quibus sectiones Conicas perfectissimè describamus. Supervacaneum ideò

F mihi

mihi visum fuit hasce methodos hìc repetere, ratus instituto meo satis futurum Problema, cujus ope, dato Solis itinere per minorem circulum, inveniatur species, vertex, axis, atque parameter sectionis illius, quæ hoc iter nobis repræsentet. Quoniam autem demonstrationes Gnomonicæ perfectam Cœlestis sphæræ ideam requirunt, quædam idcircò Theoremata præmittere necessarium duxi, quæ, regradatim exposita, imaginationem adjuvarent. Cæterum hæc scribendi occasionem dedit Theorema (quod mihi Lemma est ad Propositionem 4.) præstantissimum Celeberrimi Bernoullii, quod in Actis eruditorum anni 1688. relatum inveni.

DEFINITIONES.

I.

(Fig. 26. 27. 28. 29 33.) Sit planum horologii ABCD, cujus stylus eidem perpendicularis EF, axis mundi VFL: sitque MNZP circulus Parallelus Æquatori, qui centrum habeat in axe VFL: ab hujus circuli circumferentiæ quovis puncto ductis luminosis lineis, ad extremitatem styli F generabitur superficies conica luminosa FMNZP, cui opponetur superficies conica umbrosa FMNOP: si planum ABCD horologii secet hanc superficiem conicam umbrosam, sectio conica RQS efficietur, quæ sectio conica Paralleli appellabitur.

II.

Si superficies conica umbrosa secetur plano MMNN per axem VFL, & stylum EF ducto normali ad planum horologii ABCD, triangulum FMN, communis

sectio

ſectio talis plani , & coni umbroſi , erit triangulum per axem ſectionis conicæ Paralleli.

I I I.

Linea KX comunis ſectio talis plani , & plani horologii dicetur linea ſubſtylaris.

COROLLARIUM I.

1. Ex hujuſce conſtructionis ſuppoſitione evidens eſt , à ſectione conicâ QRS circulum parallelum MNZP exhiberi in plano horologii ABCD

COROLLARIUM II.

2. Patet etiam, quòd linea ſubſtylaris KX triangulum per axem FMN , & axis mundi VFL ſunt in eodem plano MMNN.

COROLLARIUM III.

3. Evidens indè eſt, quòd communis ſectio plani horologii, & trianguli per axem erit portio lineæ ſubſtylaris.

COROLLARIUM IV.

4. Hinc axis QH ſectionis conicæ Paralleli erit portio ſubſtylaris , cum cujuſcumque ſectionis axis ſit comunis ſectio plani ſecantis , & trianguli per axem.

COROLLARIUM V.

5. Punctum verò Q, in quo ſubſtylaris KX ſecat FM latus trianguli per axem erit vertex ſectionis.

COROLLARIUM VI.

6. Hinc etiam portio ſubſtylaris QH, quæ à puncto

Q intersectionis lateris F M trianguli per axem, & substylaris K X protendetur versus partes M N basis coni umbrosi, erit axis sectionis conicæ Paralleli M N Z P.

COROLLARIUM VII.

7. Ex oppositione Conorum luminosi, & umbrosi, manifestum est, sectiones conicas Parallelorum Borealium futuras ad partes Australes; & econtrà.

PROPOSITIO I.

THEOREMA.

8. *Sinus arcus Eclypticæ, qui comprehenditur intèr communes sectiones Eclypticæ cum Æquatore, & Eclypticæ cum dato Parallelo, est ad sinum declinationis dati Paralleli, ut radius ad sinum angili graduum vigiati trium cum dimidio.*

Sit ABCD planum horologii, cujus stylus E F substylaris K X. Ad pedem styli E demittatur perpendicularis I E æqualis longitudini styli. Ducatur per punctum I recta V I G, quæ cum rectâ E K comprehendat angulum E G I æqualem angulo illi, quem axis mundi cum plano horologii comprehendit. Centro I, radio I E describatur circulus E V *b*. Si intelligatur circà substylarem K X circumverti planum hoc, in quo sunt rectæ I E, & V I G, atque circulus E V *b*: recta I E, cum stylo E F, recta V I G cum axe mundi congruent: idcircò quæcumque fient (hac suppositione) in plano horologii, tamquam facta in plano trianguli per axem assumere licebit.

Per punctum I ducatur recta *a b* perpendicularis rectæ V I G, super quam sit semicirculus *a e b*, cujus planum rectum existat plano circuli E V *b*; quia huic circulo

culo per centrum mundi I transeunti perpendicularis est axis mundi V I G , hic circulus Æquinoctialem repræsentabit . Ducatur item altera *c d*, quæ cum *a b* capiat angulum *a* I *c* graduum viginti trium cum dimidio, & super hanc sit normalitèr erectus alter semicirculus *c e d*, qui (ut per se apparet) Eclypticam repræsentabit , eritque sectio communis plani æquinoctialis, & Eclyptici recta I *e*.

His positis supponamus dimidium Parallelum MPN per punctum P Eclypticæ transeuntem , cujus plani communis sectio cum plano circuli E V *b* sit MN ; cum plano verò Eclyptico *m* P . Ex puncto P agatur P *r* perpendicularis ad I *e* , eritque P *r*, sivè illi æqualis I *m* sinus arcus P *e* Eclypticæ , qui comprehenditur intèr communes sectiones P , & *e* Eclypticæ cum Æquatore, & Eclypticæ cum Parallelo . Ex *m* ducatur *m o* perpendicularis ad *a b*, quæ æqualis erit sinui M *x* declinationis Paralleli M P N : ultimò *c s* sit sinus anguli graduum viginti trium cum dimidio . Dico I *m* esse ad *m o*, ut I *c* ad *c s* . Nam *m o* , *c s* erunt parallelæ, quià eidem rectæ sunt perpendiculares : ergò triangula I *o m*, I *s c* erunt similia : ergo I *m* , seù P *r* est ad *m o* , seù M *x* ut I *c* ad *c s* : sed P *r* est sinus arcus Eclypticæ, intercepti ab Æquatore *a e b* , & Parallelo M P N : M *x* est sinus declinationis Paralleli : *c s* est sinus anguli graduum viginti trium cum dimidio, seu maximæ Solis declinationis : I *c* est radius : ergò sinus arcus Eclypticæ , qui comprehenditur inter communes sectiones Eclypticæ cum Æquatore , & Eclypticæ cum dato Parallelo, est ad sinum declinationis dati Paralleli , ut radius ad sinum anguli graduum viginti trium cum dimidio, seu maximæ Solis declinationis.

CO-

COROLLARIUM I.

9. Hinc dato puncto Eclypticæ, per quod transit datus Parallelus, ejusdem declinationis angulum determinabimus, fiet enim, ut radius ad sinum arcus graduum viginti trium cum dimidio: ità sinus arcus distantiæ dati puncti ab intersectione Æquinoctiali ad quartum terminum, qui erit sinus anguli declinationis dati Paralleli.

COROLLARIUM II.

10. Hinc etiam facilitèr construi posset tabula sinuum declinationum quorumcumque punctorum Æclypticæ.

COROLLARIUM III.

11. Ductis rectis IM, IN, triangulum IMN repræsentabit triangulum per axem: nàm quæ fiunt in hoc plano fieri in plano trianguli per axem intelliguntur.

COROLLARIUM IV.

12. Hinc patet, quòd angulus *a* IM, quem linea *a b* communis sectionis plani Æquinoctialis, & plani per axem comprehendit cum latere IM trianguli per axem est æqualis angulo declinationis Paralleli.

COROLLARIUM V.

13. Hinc habemus, quòd positâ *a b* pro Æquinoctiali lineâ in plano trianguli per axem; (ut initio propositionis factum est) si ducatur IM capiens cum *a b* angulum æqualem declinationi dati Paralleli, erit IM latus trianguli per axem.

PRO-

PROPOSITIO II.

THEOREMA.

14. ***Si trianguli per axem sectionis conicæ Paralleli dimidius angulus ad verticem minor sit angulo illo, quem comprehendit axis mundi cum plano horologii, sectio conica Paralleli erit aut Circulus, aut Ellypsis. Si sit illi æqualis, sectio conica Paralleli erit Parabola. Si sit major illo, sectio conica Paralleli erit Hyperbola.***

Sit triangulum FMN triangulum per axem sectionis conicæ QRS Paralleli MNZP, & dimidius ejus angulus ad verticem GFQ: sitque primò angulus GFQ minor angulo FGK, quem axis mundi VFL cum plano horologii ABCD comprehendit. Dico sectionem conicam QRS Paralleli futuram aut circulum, aut Ellypsim. Quia anguli HGF, QGF sunt duobus rectis æquales, & angulus GFQ minor angulo HGF, erunt duo anguli QGF, GFQ minores duobus rectis: ergo GQ concurret cum FQ, seu HQ cum FM. Sed QH est axis sectionis conicæ QRS Paralleli, qui secat in H latus FN trianguli per axem, & in G axem coni: ergò si secet etiàm alterum latus FM trianguli per axem, secabit utrumque latus trianguli per axem, eaque secabit infrà verticem. Per illa verò, quæ ex sectionum conicarum doctrina habentur, quando axis sectionis conicæ secat utrumque latus trianguli per axem infrà verticem, sectio est aut Circulus, aut Ellypsis: ergò, si angulus GFQ minor sit angulo FGK, sectio conica QRS Paralleli erit aut Circulus, aut Ellypsis. Quod erat primum. (Fig. 26. 29)

Secundò sit angulus GFQ æqualis angulo EGF, quem axis mundi VFL cum plano horologii ABCD (Fig. 27)

com-

comprehendit. Dico ſectionem conicam Q R S Paralleli futuram Parabolam. Cum angulus N F G alternus ſit, & æqualis angulo E G F: erunt E G (ſeù ejuſdem portio H Q), & F N parallelæ. Sed H Q eſt axis ſectionis conicæ Q R S Paralleli, & F N latus trianguli, per axem: ergo axis ſectionis conicæ eſt parallelus lateri trianguli per axem. At per illa, quæ ex ſectionum conicarum doctrinâ habentur, ſi axis ſectionis conicæ ſit parallelus uni lateri trianguli per axem, ſectio erit Parabola: ergo ſi angulus G F Q æqualis ſit angulo E G F, ſectio conica Q R S paralleli erit Parabola. Quod erat ſecundum.

(Fig. 33.) Tertiò ſit angulus G F Q minor angulo E G F, quem axis mundi V F L cum plano horologii A B C D comprehendit. Dico ſectionem conicam Q R S paralleli futuram Hyperbolam. Quia tres anguli trianguli G Q F ſunt duobus rectis æquales, & angulus N F G major angulo Q G F: anguli G Q F, N F Q erunt ſemper duobus rectis majores: ergo, ſi ad contrarias partes axis H Q ultrà punctum Q, in quo ſecat latus M F trianguli per axem, & latus N F ultrà verticem producantur, concurrent: & ideò axis ſectionis utrumque latus trianguli per axem extrà verticem ſecabit. Sed per ea, quæ ex ſectionum conicarum doctrinâ habentur, ſi ſectionis axis ultrà verticem cum utroque latere trianguli per axem conveniat, ſectio erit hyperbola: ergo, ſi angulus G F Q major ſit angulo E G F, ſectio conica H Q R S paralleli erit Hyperbola. Quod erat tertium.

COROLLARIUM I.

(Fig. 28.) 15. Patet, quòd ſi axis mundi V F L ſit Parallelus plano horologii ABCD omnes ſectiones conicæ Q R S erunt

erunt Hyperbolæ : nam eo casu axis mundi cum plano horologii angulum æqualem nihilo comprehendet : atque ideò eum semper excedet dimidius angulus ad verticem trianguli per axem.

COROLLARIUM II.

16. Patet etiam, quòd si Parallelus sit versus partes illas, in quibus axis mundi angulum cum plano horologii comprehendit : & angulus GFN æqualis sit angulo EGF, conus umbrosus non secabit planum horologii : nam latus F x M erit parallelum substylari. Eò minus verò si (Fig. 26) angulus GFM minor sit angulo EGF : nam latus F x M diverget à substylari. Cœteris quibuscunque casibus planum horologii secare conum umbrosum per se patet. (Fig. 27.)

COROLLARIUM III.

17. Hinc cujus speciei futura sit sectio conica Paralleli dignoscemus. Invento enim (per art. 9.) angulo *a* IM declinationis Paralleli, ipsoque ex recto angulo subtracto restabit angulus M I V dimidius ad verticem trianguli per axem, & hujus collatione cum angulo, quem axis mundi cum plano horologii comprehendit (quem jam cognitum supponimus) determinabimus sectionem conicam Paralleli vel futuram una ex duabus Circulo scilicèt, & Ellypsi : vel futuram Parabolam; vel futuram Hyperbolam. (Fig. 25.)

PROPOSITIO III.

THEOREMA.

18. *Quando trianguli per axem sectionis conicæ Paralleli dimidius angulus ad verticem minor est angulo illo, quem*

comprehendit axis mundi cum plano horologii, si angulus ab axe mundi, & plano horologii comprehensus rectus sit, sectio conica Paralleli erit Circulus: si acutus sit, erit Ellypsis.

(Fig. 29.) Iisdem positis, quæ in primâ parte Propositionis antecedentis, angulus quem axis mundi VFL cum plano horologii ABCD comprehendit sit rectus. Dico sectionem conicam QRS Paralleli futuram Circulum. Nam, quià conus FMNOP rectus est, etiam axis VFL rectus est basi ejus MNOP: sed rectus est etiam (ex suppositione plano horologii ABCD: ergo planum secans erit parallelum basi coni: ergo per doctrinam sectionum conicarum sectio coni, & plani erit Circulus: ideòque si angulus, quem axis mundi VFL cum plano horologii ABCD comprehendit sit rectus, sectio conicà QRS Paralleli erit circulus. Quod erat primum.

(Fig. 26.) Si verò angulus, quem axis mundi VFL cum plano horologii ABCD comprehendit, sit acutus: major tamen angulo GFM, dico sectionem conicam QRS Paralleli futuram Ellypsim. Quoniam enim axis VFL perpendicularis est basi coni MPNO, non autem perpendicularis (ex suppositione) plano secanti ABCD planum non parallelum basi secabit conum rectum, & axis sectionis (per præcedentem) secabit utrumque latus trianguli per axem sectionis, & axem ipsum: sed ex doctrinâ sectionum conicarum, si planum non parallelum basi secet utrumque latus trianguli per axem, & axem ipsum, sectio est Ellypsis: ergò si angulus, quem axis mundi VFL cum plano horologii ABCD comprehendit sit acutus, major tamen angulo GFM sectio conica QRS Paralleli erit Ellypsis, quod erat secundum.

CO-

COROLLARIUM.

19. Hinc si per præcedentem cognoverimus sectionem conicam Paralleli futuram unam ex duabus Circulo scilicèt, & Ellypsi, determinabimus an futura sit circulus, an verò Ellypsis.

LEMMA.

20. *Si in triangulo per axem coni FMN demittatur à vertice in basim perpendicularis FV, & ex eâ abscindatur Fr æqualis perpendiculari FE ex eodem vertice F in diametrum ex generatione coni sectionis HQ dimissæ, ac per r agatur ef parallela basi secans crura trianguli per axem in e, & f: erit ef latus rectum conicæ sectionis.* (Fig. 30. 31. 32.)

Ducantur FR, & FL parallelæ diametro HQ, & basi MN, quarum prior secet ipsam *ef* in G, eruntque triangula *eFf*, HFL, HMQ, ut & FG*f*, OLF, OQN similia: sed & FL æqualis FG (est enim angulus LF*r* æqualis angulo EFG, demptaque communi EF*r* angulus LFE æqualis sit angulo *r* FG, prætereà anguli FEL, F*r*G recti, & latus EF æquale lateri F*r*, ac propterea triangula FEL, F*r*G similia, & æqualia.) Hinc

In Parabola: *ef*. F*e*:: FL (FG). FH: quarè rectangulum *e* FG æquatur rectangulo ex FH, in *e* G. sed ex Apollonio rectangulum *e* FG (FH in *e* G). *e* G quadratum (:: FH. *e* G):: FH, R (latus rectum Parabolæ) ergò *e* G, vel *ef* æquatur R: Q. E. D. (Fig. 30.)

In Hyperbola, & Ellypsi, *e* G. FG:: FL. LH (undè *e* G in LH æquatur GFL): item FG. G*f*:: OL. LF, quarè ex æquo perturbatè *e* G. *f* G:: OL. LH, & componendo seù dividendo *ef*. *f* G:: OH. LH, permutandoque *ef*. OH:: *f* G. LH:: e (Fig. 31 32.)

G*f*. *e* G in LH (GFL , seù FG quadratum) :: R . OH ex Apollonio : ergo *e f* æquatur R: Q. D. E.

PROPOSITIO IV.

THEOREMA.

21. *Latus rectum cujuscumque sectionis conicæ Paralleli eamdem rationem babet ad diametrum circuli, cujus radius æqualis sit longitudini styli, quam ejusdem circuli radius ad tangentem declinationis paralleli sectionis conicæ.*

(Fig. 33.) Intelligatur in plano FG E M N trianguli per axem descriptus circulus E *r b* , cujus radius , æqualis sit longitudini styli E F , & secet axem mundi in *s* , & *r* . Conus autem umbrosus alicujus Paralleli MNPO secans planum horologii ABCD faciat sectionem conicam QRS Paralleli . Ducatur per centrum F linea *a b* perpendicularis axi mundi VFL , quæ exhibebit communem sectionem plani Æquinoctialis , & plani trianguli per axem , atque erit ob conum rectum parallela basi MN : angulus verò NF *b* , seù illi æqualis *b* F *d* repræsentabit declinationem Paralleli M N P O , cujus tangens sit *b d*. Per punctum *r* agatur *e r f* parallela lineæ *a b* , & per consequens parallela basi . Dico lineam *e f* futuram latus rectum sectionis conicæ QRS Paralleli MNPO , & eamdem habituram rationem ad diametrum *s r* circuli E *r b* , cujus radius F *b* æqualis longitudini styli EF , quam idem radius F *b* habet ad tangentem *b d* declinationis Paralleli MNPO sectionis conicæ QRS .

Nam ex FV , quæ ex vertice F cadit perpendicularis basi trianguli per axem FMN , abscissa est F *r* æqualis perpendicularis EF (scilicèt stylo) ex eodem vertice F in diametrum ex generatione coni sectionis HQ

HQ demissæ, & per r acta est erf parallela basi, & secans crura trianguli per axem in e, & f: ergò recta ef (per lemma præcedens) est latus rectum sectionis conicæ QRS.

Faciliter demonstrabitur rectam ef in r bissecari ob triangula Fre, Frf similia, & æqualia: triangula verò Fbd, Frf similia sunt ob angulos rectos in b, & r, atque alternos r Fd, Fdb, ideòque est rf ad rF ut b F ad bd, & primos terminos duplando $2rf$ (seù ef) ad $2r$F (seù rs) ut b F ad bd: ergò ef ad sr ut Fb ad bd: ergò latus rectum cujuscumque sectionis conicæ Paralleli eamdem habet rationem ad diametrum circuli, cujus radius æqualis sit longitudini styli, quam ejusdem circuli radius ad tangentem declinationis Paralleli.

COROLLARIUM I.

22. Patet, quòd iisdem positis tangens declinationis Paralleli ad radium eamdem habebit rationem, quam idem radius ad dimidium latus rectum sectionis conicæ Paralleli.

COROLLARIUM II.

23. Hinc dimidium latus rectum sectionis conicæ Paralleli erit semper æquale tangenti complementi declinationis: nàm semper tangens est ad radium, ut radius ad tangentem complementi.

COROLLARIUM III.

24. Hinc habebimus latus rectum sectionis conicæ dati cujuscumque Paralleli. Facto enim circulo, cujus radius æqualis sit longitudini styli, & constituto in ejus centro angulo æquali complemento declinationis

dati

dati Paralleli, ductâque tangenti hujus anguli: si assumatur indè linea ejusdem tangentis dupla, ipsa erit latus rectum sectionis conicæ dati Paralleli.

PROPOSITIO V.

PROBLEMA.

Dato puncto Eclypticæ, per quod datus transit Parallelus: Sectionis conicæ dati Paralleli verticem, & axem invenire, & speciem, atque Parametrum determinare.

25 Inquiratur primò (per art. 9.) angulus declinationis dati Paralleli. Secundò hic angulus jam inventus conferatur cum angulo illo, quem axis mundi cum plano horologii comprehendit: & hac collatione cognoscetur (per art. 16.) an planum horologii sit secaturum conum umbrosum, an non. Quod si secaturum sit, eâdem collatione determinabitur (per art. 17. & 19.) quænam ex quatuor sectionibus, Circulo, Ellypsi, Parabolâ, & Hyperbola futura sit sectio conica dati Paralleli. Tertiò inveniatur (per art. 24.) latus rectum sectionis conicæ dati Paralleli. Quartò ad partes substylaris ducatur (per art. 13.) latus trianguli per axem coni umbrosi dati Paralleli, quod productum secabit substylarem, & punctum sectionis erit vertex (per art. 5.) Sectionis conicæ dati Paralleli: reliqua verò portio substylaris, quæ ab hoc puncto versùs partes basis coni umbrosi protendetur, erit (per art. 6.) axis sectionis conicæ dati Paralleli. Quæ omnia ex antedictis ità clara sunt, ut nullâ indigeant demonstratione, atque abundè, apparet factum esse quod facere statueramus.

AP-

APPENDIX.

SI anguli declinationum Parallelorum crescerent in progressione naturali aritmeticâ 1. 2. 3. 4. , & sic progrediendo : ità , ut declinatio secundi Paralleli foret dupla declinationis primi , tertii tripla , & ità de singulis : latera recta analyticè inquiri possent , ut sequitur .

Per ea , quæ traduntur à D. de Lagny in commentariis Academiæ Realis anni 1705. habebimus tangentes anguli simpli , dupli , tripli , cæterorumque , hoc pacto . Sit radius $= a$: tangens anguli simpli $= b$: numerus determinans proportionem anguli dati ad angulum simplum $= c$: tangens quæsita anguli dati $= x$. Primò elevetur binomium $a \dagger b$ ad dignitatem c : secundò pro denominatore capiantur , termini primus , tertius , quintus , & cœteri impares : pro numeratore verò secundus , quartus , sextus , & cœteri termini pares multiplicati per a. Notentur alternatim termini tam numeratoris , quàm denominatoris signis † , & — : ità tamen , ut primus terminus tàm in numeratore , quàm in denominatore notetur signo † . Fractio , quæ exorietur erit $= x$ tangenti anguli dati .

Sit modò circuli radius æqualis longitudini styli $= a$: sit tangens anguli declinationis primi Parallelli $= b$: sit numerus determinans proportionem intèr angulum declinationis dati Paralleli , & angulum primi Paralleli $= c$. Latus rectum sectionis conicæ dati Paralleli invenietur , si elevato binomio $a \dagger b$ ad potestatem c , terminis illis , quibus , si quæreretur tan-

gens

gens, constaret numerator, fiat denominator: neque illi termini multiplicentur per a, sed per $2aa$. Terminis verò illis, quibus, si quæreretur tangens, constaret denominator, fiat numerator. Fractio, quæ orietur, erit latus rectum sectionis conicæ dati Paralleli. Res pendet ab articulo 21., per quod (si vocemus x tangentem anguli declinationis dati Paralleli) habemus semper latus rectum $= \frac{2aa}{x}$. Ex his erit latus rectum Paralleli, declinatio

$$\text{Cujus simpla} = \frac{2aa}{b},$$

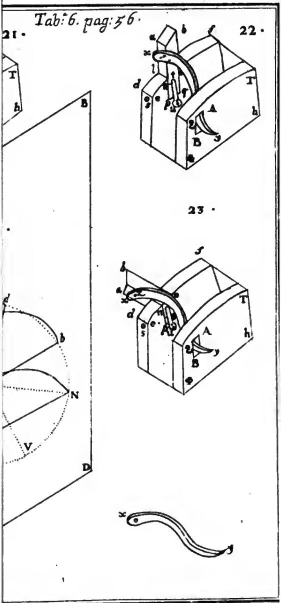
$$\text{Cujus dupla} = \frac{a^2 - b^2}{b};$$

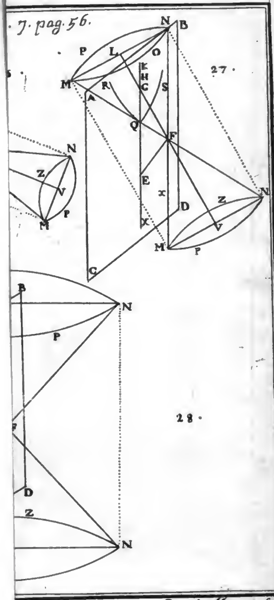
$$\text{Cujus tripla} = \frac{2a^4 - 6a^2b^2}{3a^2b - b^3};$$

$$\text{Cujus quadrupla} = \frac{a^4 - 6a^2b^2 + b^4}{2a^3b - 2b^3},$$

Sicque progrediendo.

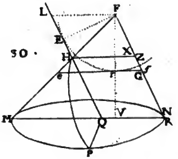
F I N I S.


Tab: 6. pag: 56.
21.
22.
23.
T
h
B
D
N
V
d
b
a
x
l
e
s
n
p
u
q
f
A
B
y
z



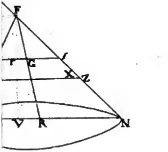
Joseph Marcati Sc.

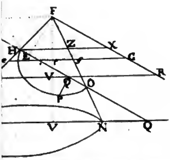
30.





31.





33.

